

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.1. Kafes Kirişler

- Kafes sistemler mühendislik problemlerinin önemli konulardan biridir.
- Birçok mühendislik yapıların çözümünde özellikle köprü, bina vb. yapılarının projelenmesinde kafes sistemlerin kullanımı pratik ve ekonomik çözüm sağlar.
- Bunlar dolu gövdeli taşıyıcı sistemlere göre daha kolay uygulanabilen ve daha ekonomik sistemlerdir.
- Özellikle büyük açıklıkları geçmek için kullanılır.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

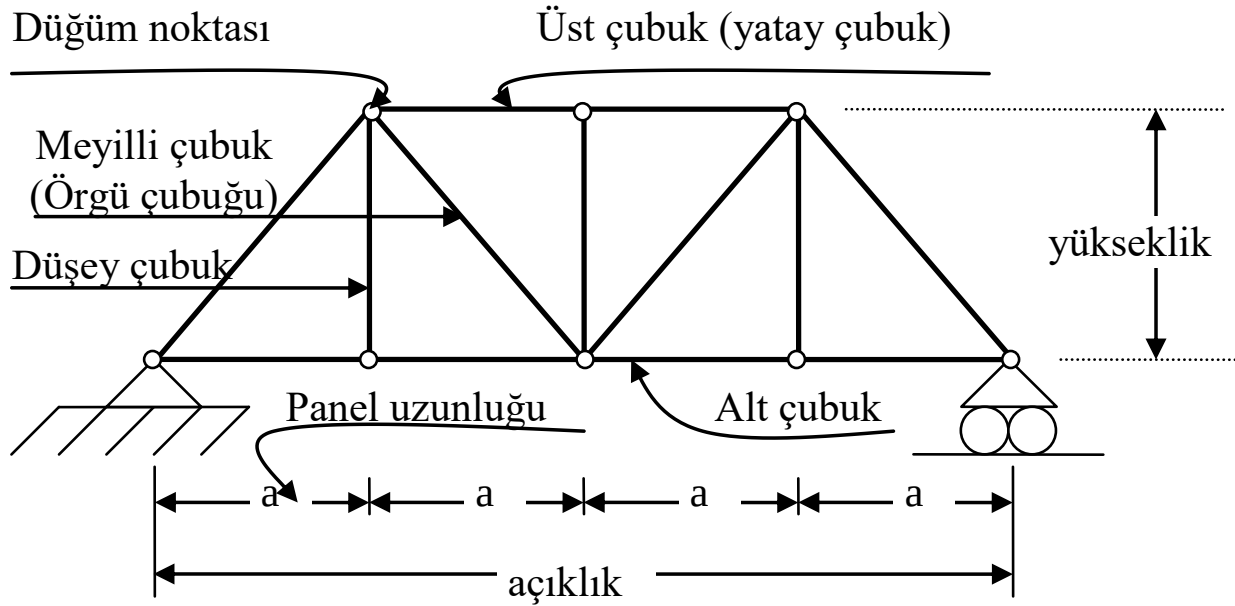
## 6.1. Kafes Kirişler

- Kafes sistemler basınç ve çekme çubukların uç uca kapalı bir sistem meydana getirecek şekilde birleştirilmeleri ile elde edilen yapılardır.
- Çubukların kullanılarak kafes kirişlerin oluşturulmasında kullanılan temel geometrik şekil üçgendir.
- Bunun nedeni, kuvvet etkisi altında bir veya daha fazla kenarın uzunluğunu değiştirmeden şekli bozulamayan tek rijit şeklin üçgen olmasıdır.
- Bu nedenle **kafes kirişler**, iki veya üç köşesi bitişik üçgenlerle ortak olan bir üçgenler serisinden oluşan sistemler olarak tanımlanabilir.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.1. Kafes Kirişler

- Kafes kirişi oluşturan elemanlara **çubuk** adı verilir.
- Çubuklar yatay, düşey ve meyilli olurlar.



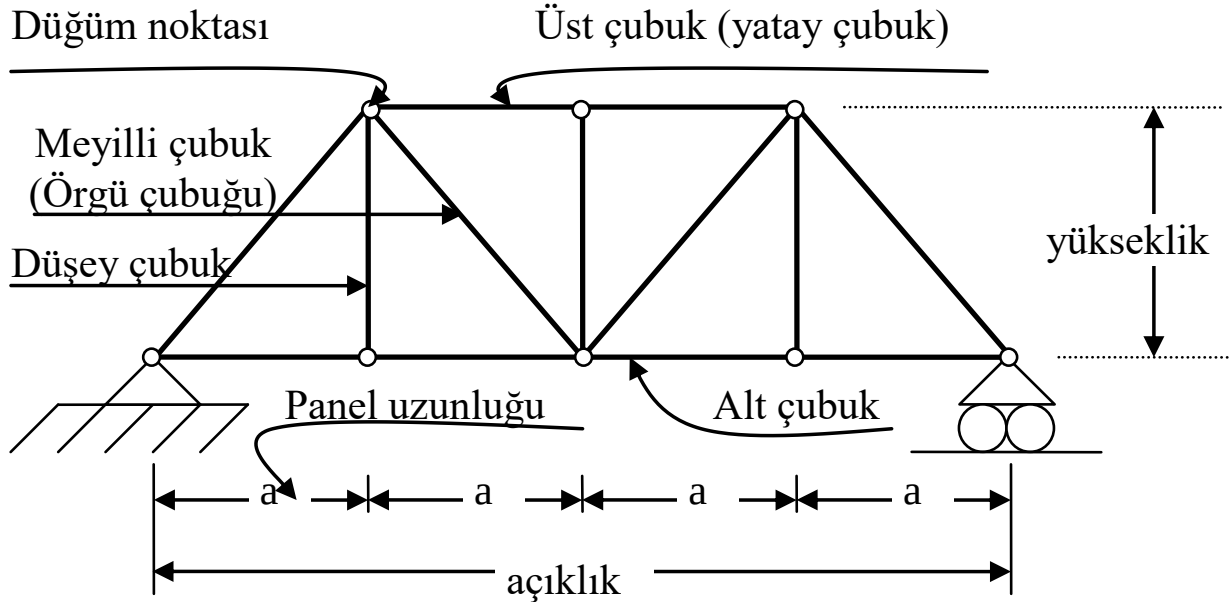
Şekil 6.1. Bir kafes kirişin elemanları

- Kafes kirişin;
  - üstündeki yatay çubuklara **üst çubuk**,
  - alttaki çubuklara da **alt çubuk**,
  - içerisindekiler ise **örgü çubuğu** olarak adlandırılır.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.1. Kafes Kirişler

- Kafes kiriş sistemindeki üçgen köşelerine **düğüm** adı verilir.
- Her bir düğümde birleşen çubuklar, kuvvetlerinin tesir çizgileri düğümde ortak bir noktadan geçecek şekilde yerleştirilir.

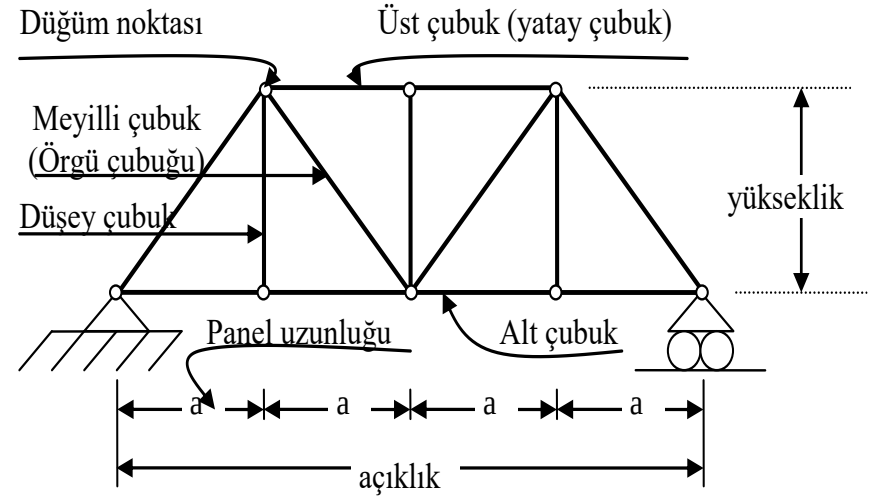


Şekil 6.1. Bir kafes kirişin elemanları

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.1. Kafes Kirişler

- Kafes kirişin üst veya altındaki yatay düğüm noktaları arasındaki uzaklığa **panel uzunluğu** denir.
- Kafes kirişin;
  - mesnetleri arasındaki uzaklığa **açıklık**,
  - üst ve alt çubukların ağırlık merkezleri arasındaki uzaklığa da **yükseklik** denir.
- Kafes sistemler düzlem ve uzay kafes kirişler olarak iki bölümde incelenir. Burada yalnızca düzlem kafes kirişlerin analizi ele alınacaktır.



Şekil 6.1. Bir kafes kirişin elemanları

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.2. Kafes Kirişin Statik Belirliliği

- Cisimler veya yapı sistemlerinin dış tepki bileşenleri veya iç-direnç bileşenleri dikkate alınarak denge şartları araştırılırken üç denge şartı

- $\Sigma F_x = 0;$

- $\Sigma F_y = 0;$

- $\Sigma M = 0$

göz önünde bulundurulur.

- Böyle sistemlere **statik belirli yapılar** denir.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.2. Kafes Kirişin Statik Belirliliği

- Eğer herhangi bir yapının belirli bir yerinden kesit alındığında bütün tepki bileşenleri ve iç direnç kuvvetlerinin tayini için klasik üç denge denklemi yeterli olmuyor ise böyle yapılar **statik belirsiz (hiperstatik) yapılar** olarak tanımlanır.
- Hiperstatik yapılar yalnızca statik denge denklemlerinin uygulanması ile tam olarak analiz edilemezler.
- Bunların analizinde, kuvvetler, tepki bileşenleri, kesme kuvvetleri veya eğme momentlerinin belirlenmesinde yapıyı oluşturan unsurların deformasyon karakteristikleri dikkate alınır.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.2. Kafes Kirişin Statik Belirliliği

- Herhangi bir yapı sisteminde, denge için gerekli olmayan kuvvet veya momentlere **fazlalık (redundant)** denir.
- Eğer bu fazlalık;
  - dış kuvvetlere ilişkin ise, yapıya **dış kuvvetler yönünden statik belirsiz**,
  - iç kuvvetlere ilişkin ise yapıya **iç kuvvetler yönünden statik belirsiz** denir.
- Bir kafes kiriş sisteminin statik yönden belirliliğine karar verebilmek için, dış tepki bileşenleri ve çubukların iç düzenlemesi yönünden kontrol edilmesi gereklidir.
- Mühendislikte hiperstatik kafes kirişlerde kullanılır ancak burada yalnız statik belirli olan tipler ele alınacaktır.



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.2. Kafes Kirişin Statik Belirliliği

- Kafes sistemde kuvvet analizi için, yüklerin ve çubuk ağırlıklarının sadece düğüm noktalarına uygulandığı ve her ne kadar çubuklar uygulamada pimli, perçinli, cıvatalı ve kaynaklı olarak birleştirilirse de bunların düğüm noktalarında sürtünmesiz mil (mafsal) bulunduğu kabul edilir.
- Bu nedenle çubuğun her iki ucuna etkiyen kuvvetler münferit (tekil) eksenel kuvvet şeklindedir ve moment oluşmaz.
- Herhangi bir düğümde birleşen çubuk kuvvetlerinin tesir çizgileri düğümde ortak bir kesim noktasında bulunur.
- Herhangi bir kafes kirişte yapılan bu kabuller gerçekleştirilmiş ise, kafesi oluşturan her çubuk iki kuvvet elemanıdır.
- Diğer bir deyişle kafesi oluşturan her bir çubuğa uçlarında (düğüm noktalarından) birer kuvvet etki etmekte ve çubuk bu iki kuvvetin etkisi altında dengede kalmaktadır.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.2. Kafes Kirişin Statik Belirliliği

- Tesir çizgileri aynı noktada birleşen kuvvet sistemleri ortak kesim noktalı kuvvet sistemi olarak tanımlanır.
- Böyle bir kuvvet sisteminin dengesi için yeterli ve gerekli şart
  - $\sum F_x = 0$
  - $\sum F_y = 0$  olmasıdır.
- Bu nedenle her bir düğüm noktası için elde iki denge denklemi ( $\sum F_x = 0$ ;  $\sum F_y = 0$ ) var demektir.
- Eğer kafes kiriş n sayıda düğümden oluşmuş ise, elde mevcut denge denklemlerinin sayısı  $2n$  olacaktır.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

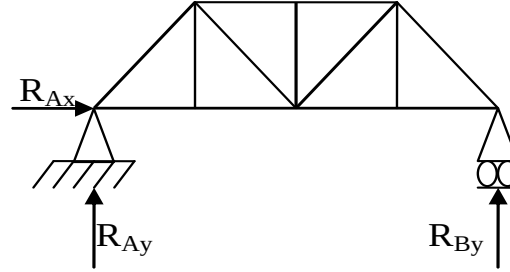
## 6.2. Kafes Kirişin Statik Belirliliği

- Kafesi oluşturan her bir çubuktaki kuvvet bilinmediğine göre, sistemdeki bilinmeyen kuvvetlerin sayısı, mesnet tepki bileşenleri sayısına, çubuk sayısının eklenmesiyle elde edilen değere eşit olacaktır.
- Bu nedenle, kafes kiriş statik yönden belirli ise aşağıdaki eşitliğin sağlanması gereklidir:  
$$\text{Tepki bileşeni sayısı} + \text{Çubuk sayısı} = 2n$$
- Eğer bilinmeyen sayısı, elde mevcut denklem sayısından az ise, kafes kirişin stabilitesi yoktur denir.
- Bilinmeyen sayısı, elde mevcut denklem sayısından fazla ise kafes kiriş statik yönden belirsizdir (hiperstatiktir).

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.2. Kafes Kirişin Statik Belirliliği

**Örnek 6.1.** Şekildeki kafes kiriş sistemi statik olarak belirli olup olmadığını bulunuz.



**Çözüm:**

$$\text{Tepki bileşeni sayısı} = 3$$

$$\text{Çubuk sayısı} = 13$$

$$\text{Düğüm sayısı} = 8$$

$$T. \text{ bileşen sayısı} + \text{Çubuk sayısı} = 2n$$

$$3 + 13 = 2n = 2 * 8 \text{ yani } 16 = 16$$

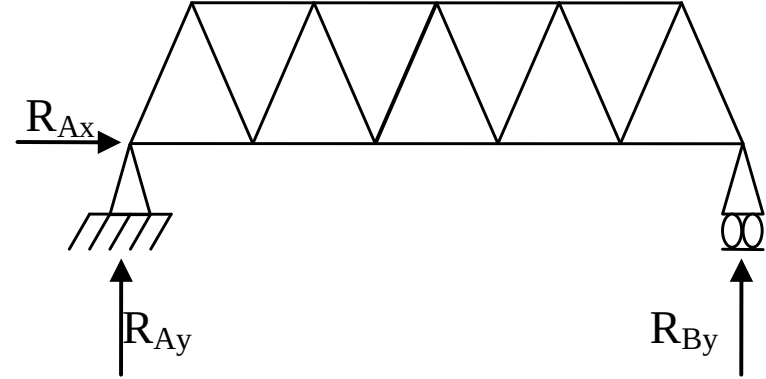
*Bu nedenle kafes kiriş statik belirlidir.*

Eğer sağ mesnet kayıcı (makaralı) yerine sabit mesnet tipi olsaydı tepki bileşeni sayısı 4 e çıkardı. Bu durumda bilinmeyen sayısı, elde mevcut denklem sayısından fazla olacağından sistem hiperstatik olurdu. Yine benzer şekilde sol mesnet sabit mesnet yerine kayıcı mesnet tipi olsaydı tepki bileşeni sayısı 2 ye düşerdi. Bu durumda, bilinmeyen sayısı, elde mevcut denklem sayısından az olurdu ve kafes kirişin stabilitesi olmazdı.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.2. Kafes Kirişin Statik Belirliliği

**Örnek 6.2.** Şekildeki kafes kiriş sistemi statik olarak belirli olup olmadığını bulunuz.



**Çözüm:**

$$\text{Tepki bileşeni sayısı} = 3$$

$$\text{Çubuk sayısı} = 19$$

$$\text{Düğüm sayısı} = 11$$

$$\text{Tepki bileşeni sayısı} + \text{Çubuk sayısı} = 2n$$

$$3 + 19 = 2n = 2 * 11 \text{ yani } 22 = 22$$

*Bu nedenle kafes kiriş statik belirlidir.*

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.2. Kafes Kirişin Statik Belirliliği

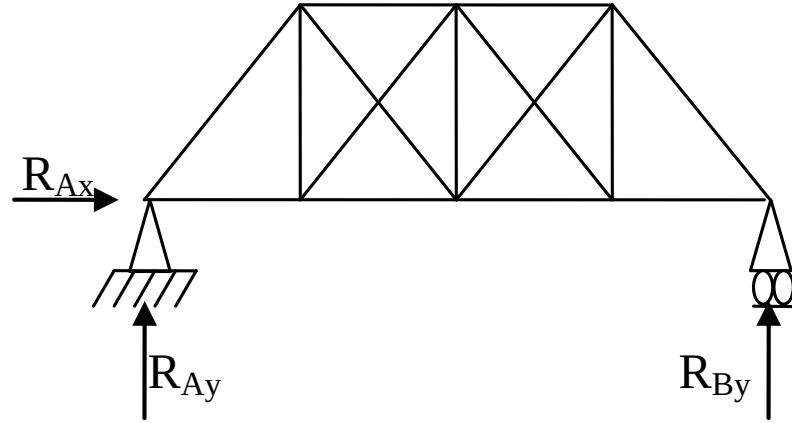
**Örnek 6.3.** Şekildeki kafes kiriş sistemi statik olarak belirli olup olmadığını bulunuz.

**Çözüm:**

$$\text{Tepeki bileşeni sayısı} = 3$$

$$\text{Çubuk sayısı} = 15$$

$$\text{Düğüm sayısı} = 8$$



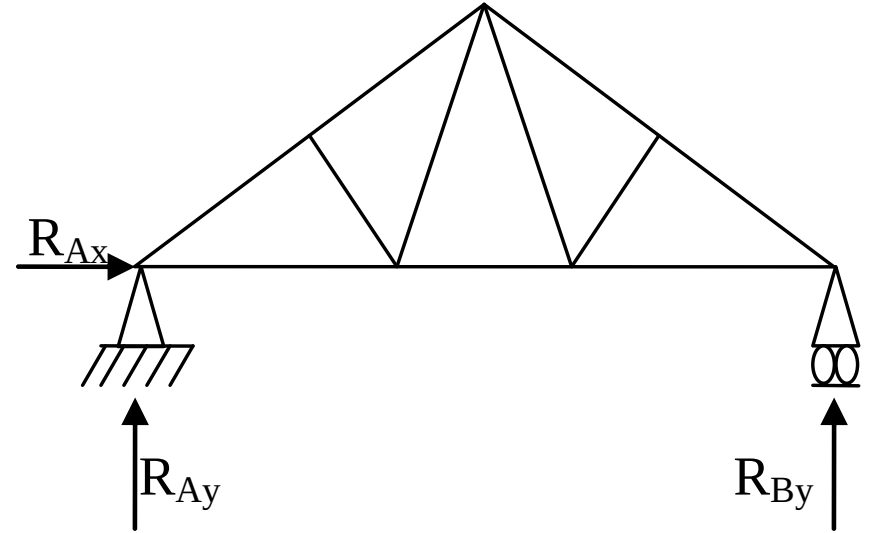
$$\text{Tepeki bileşeni sayısı} + \text{Çubuk sayısı} = 2n$$

$3 + 15 > 2n = 2 * 8$  yani  $18 > 16$  olduğundan kafes kiriş statik belirsizdir.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.2. Kafes Kirişin Statik Belirliliği

**Örnek 6.4.** Şekildeki kafes kiriş sistemi statik olarak belirli olup olmadığını bulunuz.



**Çözüm:**

$$\text{Tepki bileşeni sayısı} = 3$$

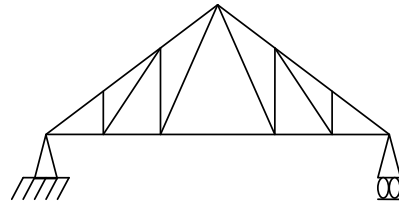
$$\text{Çubuk sayısı} = 11$$

$$\text{Düğüm sayısı} = 7$$

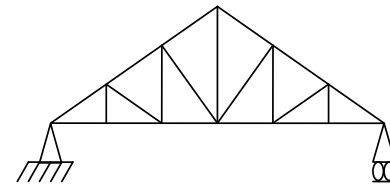
$$\text{Tepki bileşeni sayısı} + \text{Çubuk sayısı} = 2n$$

$$3 + 11 = 2n = 2 * 7 \text{ yani } 14 = 14$$

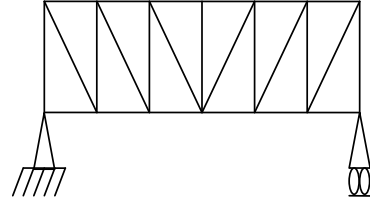
*Bu nedenle kafes kiriş statik belirlidir.*



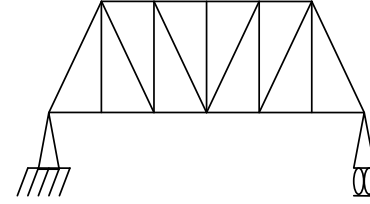
Üçgen (Pratt) Kafes Sistemi



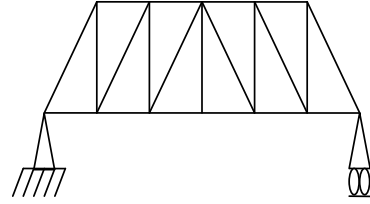
Üçgen (Howe) Kafes Sistemi



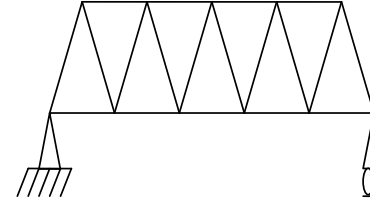
Paralel Başlıklı (Pratt) Kafes Sistemi



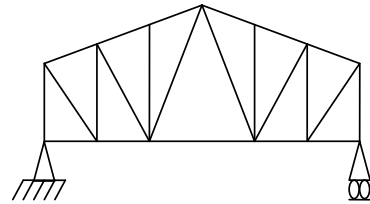
Paralel Başlıklı (Pratt) Kafes Sistemi



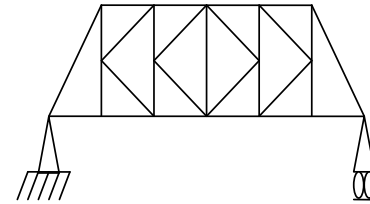
Howe Tipi Kafes Sistemi



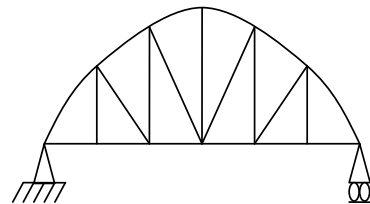
Warren Tipi Kafes Sistemi



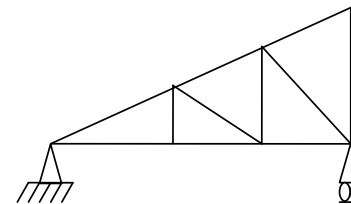
Trapez Kafes Sistemi



Ktruss Tipi Kafes Sistemi



Parabolik Kafes Sistemi



Sundurma Tipi Kafes Sistemi

Şekil 6.2. Yapılarda yaygın olarak kullanılan kafes sistemler



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

- Kafes kirişlerin kuvvet analizinde grafik metotlar kullanılırsa da, modern mühendislik uygulamalarında daha çok analitik yöntemlerden yararlanılır.
- Uygulamada, herhangi bir kafes sisteminde çubuk kuvvetlerinin analitik yöntemle hesaplanmasında,
  - düğüm yöntemi
  - kesit yöntemiolmak üzere iki yöntemden birisi kullanılabilir.
- Her iki yöntemde de çözüm yapılırken kirişe etki eden yüklerin düğüm noktalarından geçecek şekilde düzenlenmesi ve mesnet tepkilerinin bulunması gerekir.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.1. Düğüm yöntemi

- Bir kafes kiriş, üzerine etki eden dış kuvvetlerle denge durumundadır.
- Bütün kafes kirişin denge halinde olması için her düğüm noktasına etki eden kuvvetlerinde denge halinde olması gerekir.
- Kafes kirişi oluşturan bütün çubukların eksenel yük taşıyan iki kuvvet elemanı olmasının anlamı, her bir düğümün serbest cisim diyagramının, denge halinde bulunan ortak kesim noktalı bir kuvvet sistemi olmasıdır.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.1. Düğüm yöntemi

- Bu nedenle her bir düğüm için  $\Sigma F_x = 0$  ve  $\Sigma F_y = 0$  olmak üzere iki denge denklemi yazılabileceğinden, düğüm yöntemiyle problem çözümüne, yalnızca iki çubuğun bağlandığı bir düğüm noktası ile başlamak zorunluluğu vardır.
- Bu düğümde birleşen çubuklardaki kuvvetler belirlendikten sonra bu çubukların komşu düğümlere olan etkisi bilinmiş olacağından, artık komşu düğümler bir sıra düzeninde ele alınarak, bütün çubuklardaki bilinmeyen kuvvetler bulununcaya kadar hesap işlemine devam edilir.
- Çünkü bundan sonra artık hiçbir düğümde ikiden fazla bilinmeyen çubuk kuvveti olmayacaktır.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.1. Düğüm yöntemi

- Düğüm yönteminin uygulanmasında söz konusu hesaplama aşamaları aşağıdaki gibidir.

#### **a) Birinci aşama:**

- Kafes kirişin statik belirliliği

#### **b) İkinci aşama:**

- Serbest cisim diyagramı çizilerek mesnet tepkileri hesaplanır.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.1. Düğüm yöntemi

#### c) Üçüncü aşama:

- Yalnızca iki elemanın (çubuğun) bulunduğu bir düğüm noktası seçilir ve düğüme ait serbest cisim diyagramı çizilir.
- Bu düğümdeki her bir çubuktaki kuvvet hesaplandıktan sonra, bunlar kafes giriş diyagramında, her çubuğun ucunda yönleri ile işaretlenir.
- Hesaplama sonucunda bulunan kuvvetin yönü,
  - düğüm noktasına yaklaşır durumda yani düğüme doğru ise çubuk basınca,
  - düğüm noktasından uzaklaşır yani düğüme doğru değil ise çubuk çekmeye maruzdur.
- Çubuklardaki çekme (+), basma kuvvetleri ise (-) işaretle gösterilir. Bu şekilde kuvvetleri belirtilmiş çubuklara **işaretli çubuk** denir.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.1. Düğüm yöntemi

#### d) Dördüncü aşama:

- Bundan sonra komşu düğümlerden işaretlenmemiş, ikiden fazla çubuğu olmayan bir düğüme geçilir.
- Söz konusu düğüme ait serbest cisim diyagramı çizilir.
- İşaretlenmemiş çubuklardaki kuvvetler için duruma göre birer yön belirlenir (basma veya çekme).
- Bilinmeyen çubuk kuvvetlerinin belirlenmesi için, düğümdeki ortak kesim noktalı kuvvet sisteminin denge denklemleri ( $\Sigma F_x = 0$ ;  $\Sigma F_y = 0$ ) yazılır ve çözülür.
- Eğer sonuçta herhangi bir çubuktaki kuvvetin değeri eksi işareti taşıyorsa , sonuç mutlak değer bakımından doğru, yön bakımından ise başlangıçta kabul edilenin tersi olacaktır.
- Bulunan kuvvetler yine kafes giriş diyagramında işaretlenir.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.1. Düğüm yöntemi

#### e) Beşinci aşama:

- Orijinal kafes diyagramı üzerinde, işaretlenmemiş, ikiden fazla çubuğu olmayan diğer bir düğüm noktasına geçilir.
- Bu düğümün serbest cisim diyagramı çizilir, çubuk kuvvetleri belirlenir ve bulunan kuvvetler yine kafes giriş diyagramında işaretlenir.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.1. Düğüm yöntemi

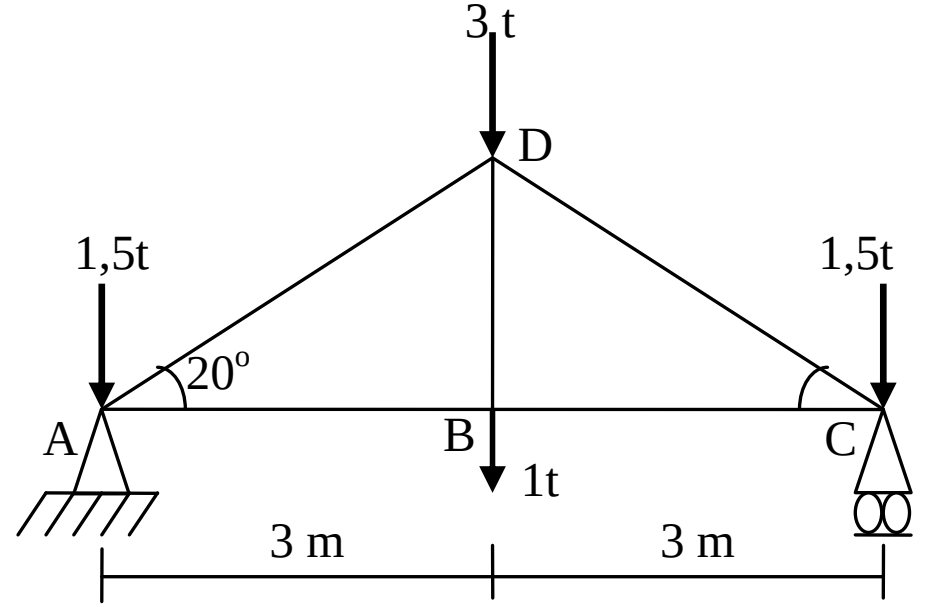
#### f) Altıncı aşama:

- Simetrik olarak yüklenmiş kafes kirişlerde simetri eksenine kadar olan çubuk kuvvetlerinin hesaplanması yeterlidir.
- Diğerlerinde genellikle, kafes kirişin bir ucundan başlayarak orta çubuğa kadar gelmek, tekrar öbür uçtan başlayarak aynı orta çubuğa kadar işlemlere devam etmek tercih edilir.
- Her iki taraftan başlayarak orta çubuğa kadar yapılan bağımsız hesaplamalarda orta çubuk kuvvetlerinin aynı değerde bulunması ile işlemlerin doğruluk kontrolü de yapılmış olur.



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

**Örnek 6.5.** Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş Üçgen (Howe) tipi kafes kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız, çubuk kuvvetlerini düğüm noktası yöntemine göre hesaplayınız.



## Çözüm

### 1) Kafes kirişin statik belirliliği

*Tepki bileşeni sayısı = 3, Çubuk sayısı = 5, Düğüm sayısı = 4*

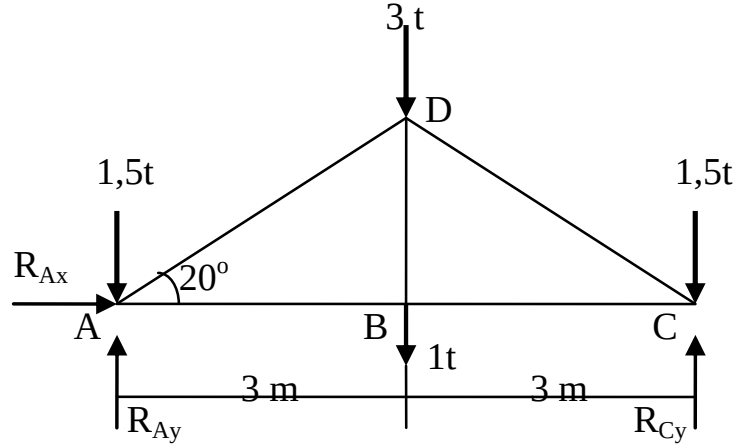
*Tepki bileşeni sayısı + Çubuk sayısı =  $2n$*

*$3 + 5 = 2n = 2 * 4$  yani  $8 = 8$  Bu nedenle kafes kiriş statik belirlidir.*

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.5. (devamı)

### 2) Mesnet reaksiyonlarının hesaplanması



$$+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 \text{ ise}$$

$$R_{Ax} * 0 + 1,5t * 0 + 3t * 3m + 1t * 3m + 1,5t * 6m - R_{Cy} * 6m = 0$$

$$R_{Cy} = 21tm/6m \text{ ise } R_{Cy} = 3,5 t$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise } R_{Ax} = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$R_{Ay} - 1,5 t - 3t - 1t - 1,5t + 3,5t = 0 \text{ ise } R_{Ay} = 3,5 t$$

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.5. (devamı)

### 3) Düğümlerin analizi

#### A Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$3,5t - 1,5t - AD \cdot \sin 20^\circ = 0$$

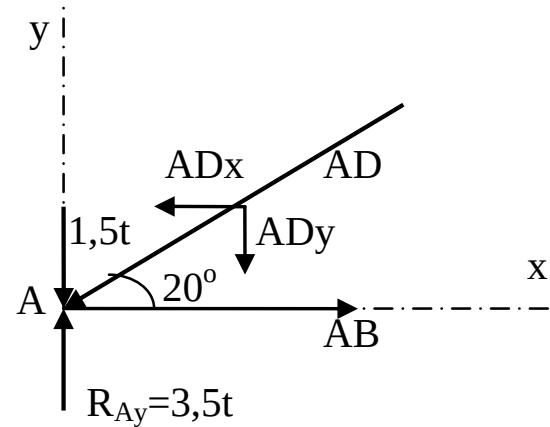
$$AD = 5,85 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$AB - AD \cdot \cos 20^\circ = 0$$

$$AB - 5,85t \cdot \cos 20^\circ = 0$$

$$AB = 5,50 t \text{ (Çekme)}$$



#### B Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

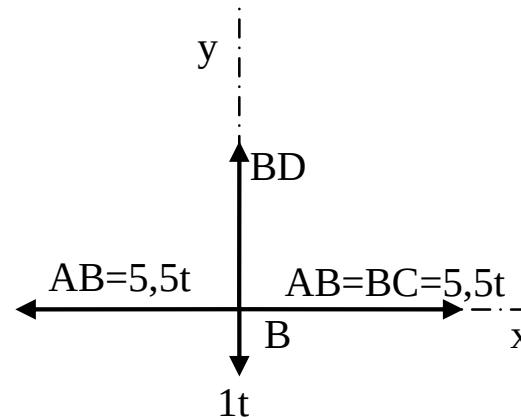
$$BD - 1t = 0$$

$$BD = 1 t \text{ (Çekme)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$BC - 5,5t = 0$$

$$BC = 5,50 t \text{ (Çekme)}$$

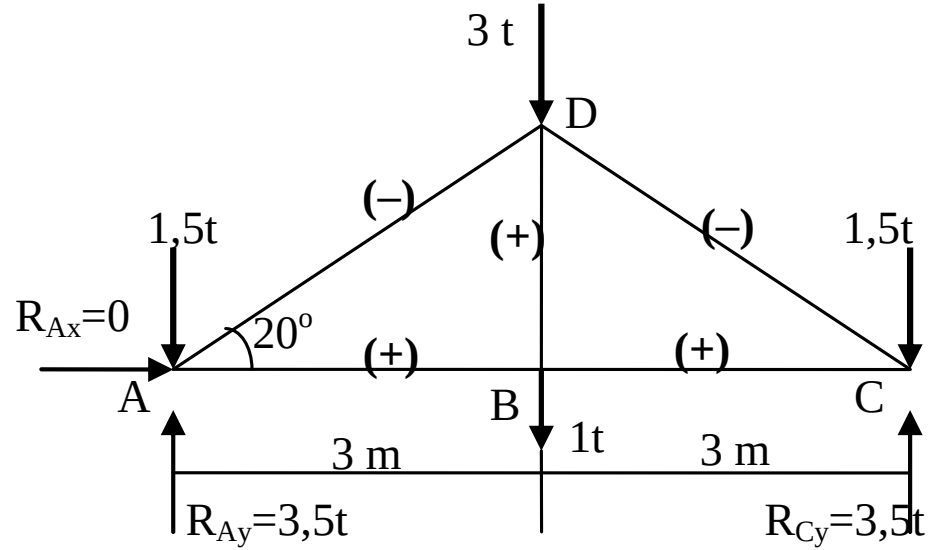


# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.5. (devamı)

Kafes Kiriş sisteminde yük dağılımı ve açıklıklar eşit olduğundan, sistemin sağ yarısı sol yarısının simetriği olacaktır. Bu nedenle sağ yarıdaki kuvvetlerin hesaplanmasına gerek yoktur.

Kafes kiriş diyagramı

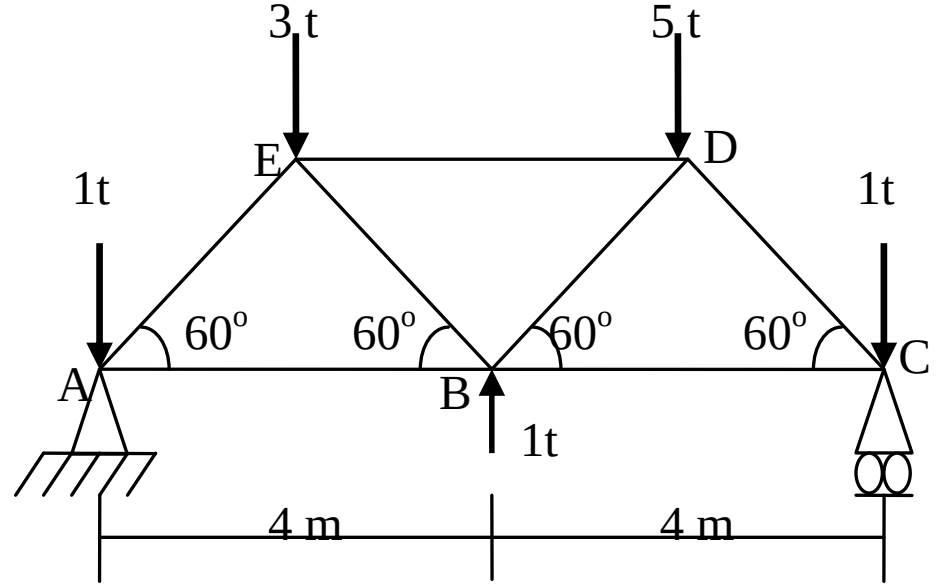


Kafes kirişin çubuk kuvvetleri

| Sol yarı |            | Sağ yarı |            |
|----------|------------|----------|------------|
| Çubuk    | Kuvvet (t) | Çubuk    | Kuvvet (t) |
| AD       | 5,85 (-)   | CD       | 5,85 (-)   |
| AB       | 5,5 (+)    | BC       | 5,5 (+)    |
| BD       | 1 (+)      | DB       | 1 (+)      |

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

**Örnek 6.6.** Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş kafes kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız, çubuk kuvvetlerini düğüm noktası yöntemine göre hesaplayınız.



## Çözüm

### 1) Kafes kirişin statik belirliliği

*Tepki bileşeni sayısı* = 3, *Çubuk sayısı* = 7, *Düğüm sayısı* = 5

*Tepki bileşeni sayısı* + *çubuk sayısı* =  $2n$

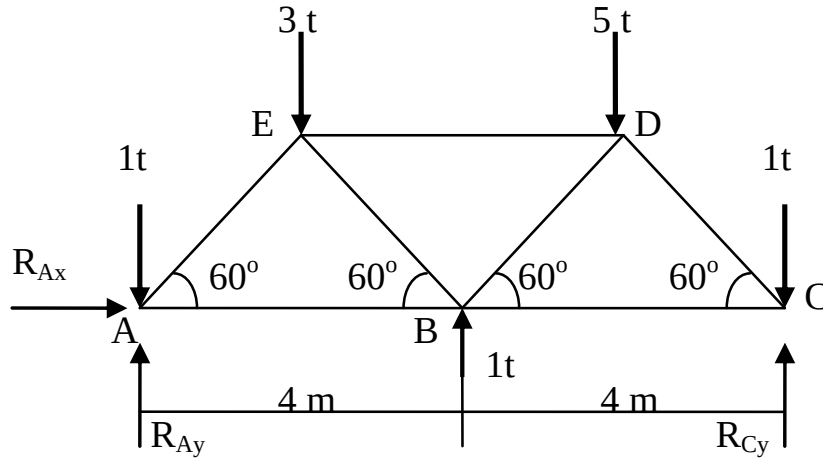
$$3 + 7 = 2n = 2 * 5 \text{ yani } 10 = 10$$

*Bu nedenle kafes kiriş statik belirlidir.*

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.6. (devamı)

### 2) Mesnet reaksiyonlarının hesaplanması



$$+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 \text{ ise}$$

$$R_{Ax} * 0 + 1t * 0 + 3t * 2m - 1t * 4m + 5t * 6m + 1t * 8m - R_{Cy} * 8m = 0$$

$$R_{Cy} = 40tm / 8m \text{ ise } R_{Cy} = 5t$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise } R_{Ax} = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$R_{Ay} - 1t - 3t + 1t - 5t + 5t - 1t = 0 \text{ ise } R_{Ay} = 4t$$

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.6. (devamı)

### 3) Düğümlerin analizi

#### A Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$4t - 1t - AE * \sin 60^\circ = 0$$

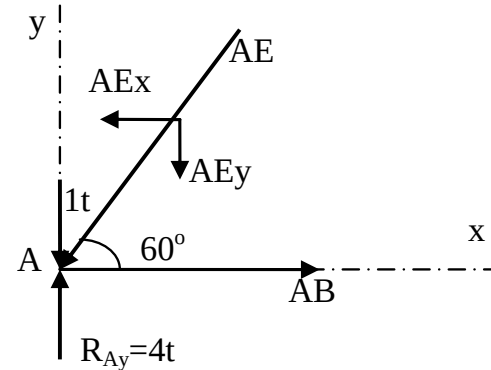
$$AE = 3,46 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$AB - AE * \cos 60^\circ = 0$$

$$AB - 3,46t * \cos 60^\circ = 0$$

$$AB = 1,73 t \text{ (Çekme)}$$



#### E Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

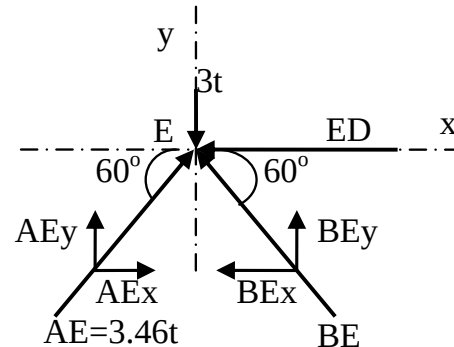
$$-3t + 3,46 * \sin 60^\circ + BE * \sin 60^\circ = 0$$

$$BE = 0 \text{ (Sıfır çubuğu)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$3,46 * \cos 60^\circ - ED - 0 * \cos 60^\circ = 0$$

$$ED = 1,73 t \text{ (Basma)}$$



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.6. (devamı)

### C Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$5t - 1t - CD * \sin 60^\circ = 0$$

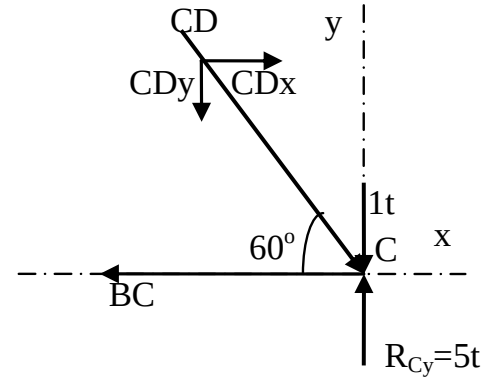
$$CD = 4,62 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$-BC + CD * \cos 60^\circ = 0$$

$$-BC + 4,62t * \cos 60^\circ = 0$$

$$BC = 2,31 t \text{ (Çekme)}$$



### D Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$-5t + 4,62 * \sin 60^\circ + BD * \sin 60^\circ = 0$$

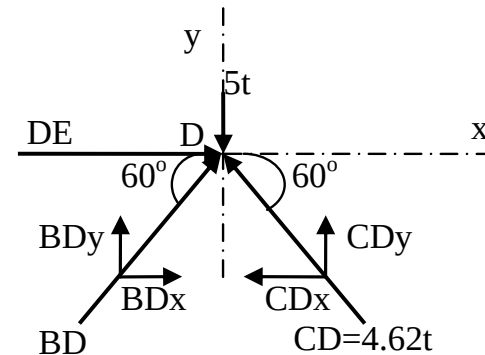
$$BD = 1,15 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$-4,62 * \cos 60^\circ + DE + BD * \cos 60^\circ = 0$$

$$-4,62 * \cos 60^\circ + DE + 1,15 * \cos 60^\circ = 0$$

$$DE = 1,73 t \text{ (Basma) (kontrol)}$$

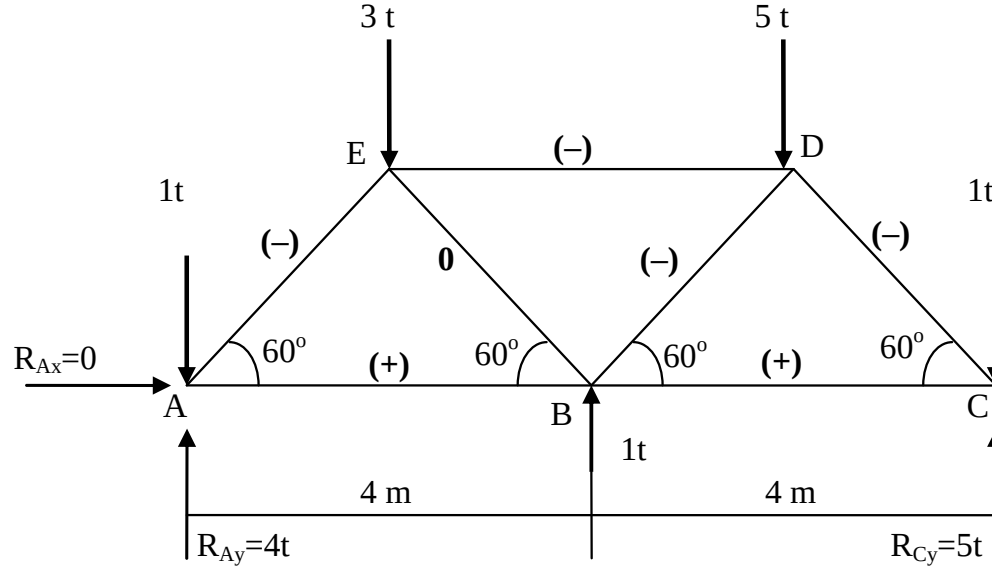




# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.6. (devamı)

Kafes giriş diyagramı

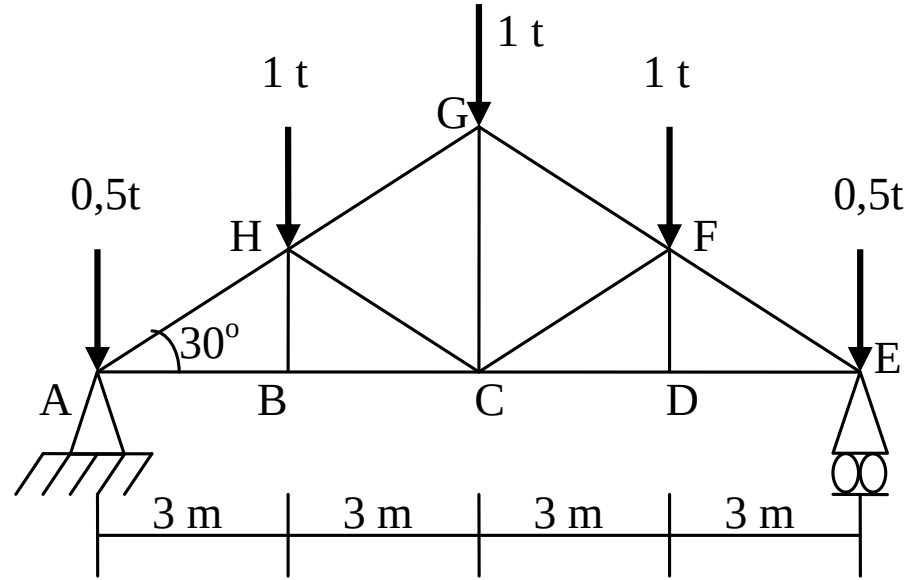


Kafes girişin çubuk kuvvetleri

| Sol yarı |            | Sağ yarı |            |
|----------|------------|----------|------------|
| Çubuk    | Kuvvet (t) | Çubuk    | Kuvvet (t) |
| AE       | 3,46 (-)   | CD       | 4,62 (-)   |
| AB       | 1,73 (+)   | BC       | 2,31 (+)   |
| BE       | 0          | BD       | 1,15 (-)   |
| ED       | 1,73 (-)   | DE       | 1,73 (-)   |

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

**Örnek 6.7.** Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş Üçgen (Howe) tipi kafes kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız, çubuk kuvvetlerini düğüm noktası yöntemine göre hesaplayınız.



## Çözüm

### 1) Kafes kirişin statik belirliliği

*Tepki bileşeni sayısı = 3, Çubuk sayısı = 13, Düğüm sayısı = 8*

*Tepki bileşeni sayısı + çubuk sayısı =  $2n$*

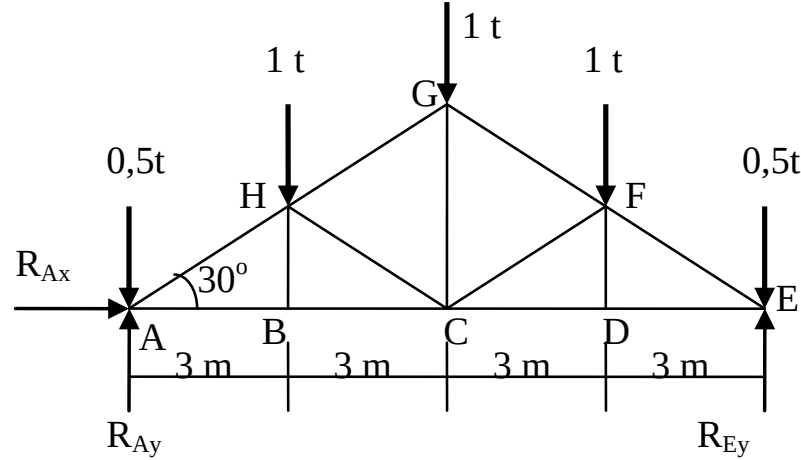
$$3 + 13 = 2n = 2 * 8 \text{ yani } 16 = 16$$

*Bu nedenle kafes kiriş statik belirlidir.*

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.7. (devamı)

### 2) Mesnet reaksiyonlarının hesaplanması



$$+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 \text{ ise}$$

$$R_{Ax} * 0 + 0,5t * 0 + 1t * 3m + 1t * 6m + 1t * 9m + 0,5t * 12m - R_{Ey} * 12m = 0$$

$$R_{Ey} = 24tm / 12m \text{ ise } R_{Ey} = 2t$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise } R_{Ax} = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$R_{Ay} - 0,5t - 1t - 1t - 1t - 0,5t + 2t = 0 \text{ ise } R_{Ay} = 2t$$

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.7. (devamı)

### 3) Düğümlerin analizi

#### A Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$2t - 0,5t - AH \cdot \sin 30^\circ = 0$$

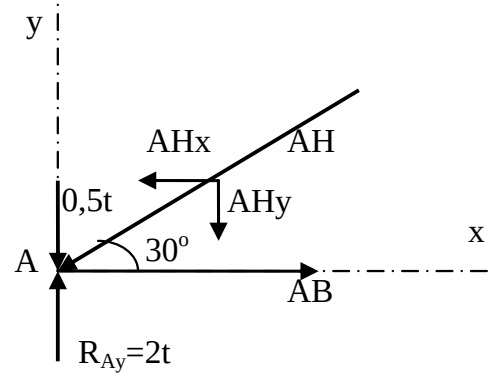
$$AH = 3t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$AB - AH \cdot \cos 30^\circ = 0$$

$$AB - 3 \cdot \cos 30^\circ = 0$$

$$AB = 2,60t \text{ (Çekme)}$$



#### B Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

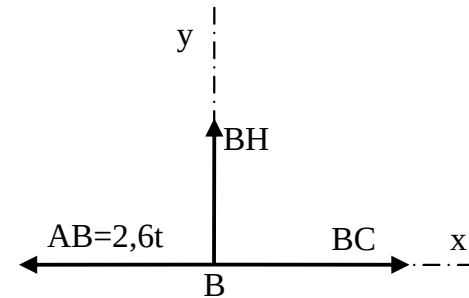
$$BH + 0 = 0$$

$$BH = 0 \text{ (Sıfır çubuğu)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$BC - 2,6t = 0$$

$$BC = 2,60t \text{ (Çekme)}$$



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.7. (devamı)

### H Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$HC * \sin 60^\circ - 1t * \sin 60^\circ = 0$$

$$HC = 1t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$AH - HG - HC * \cos 60^\circ - 1t * \cos 60^\circ = 0$$

$$3t - HG - 1t * \cos 60^\circ - 1t * \cos 60^\circ = 0$$

$$HG = 2t \text{ (Basma)}$$

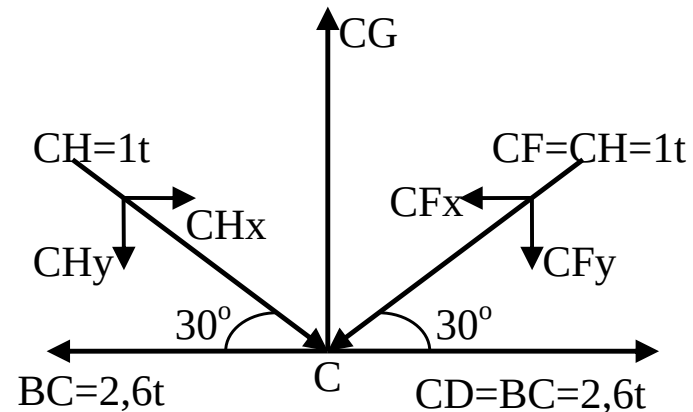
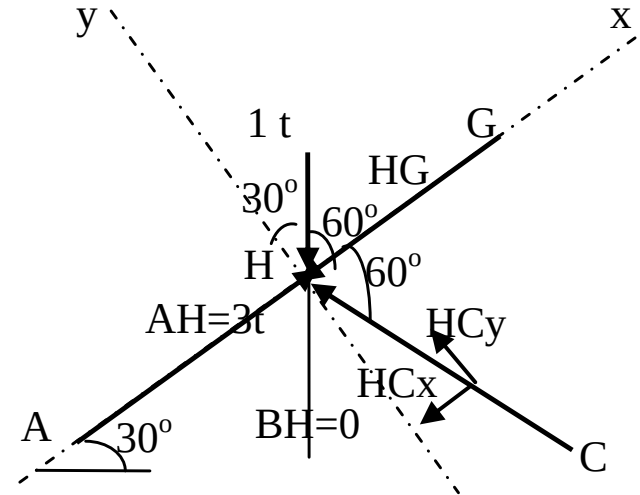
### C Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$CG - CH * \sin 30^\circ - CF * \sin 30^\circ = 0$$

$$CG - 1t * \sin 30^\circ - 1t * \sin 30^\circ = 0$$

$$CG = 1t \text{ (Çekme)}$$

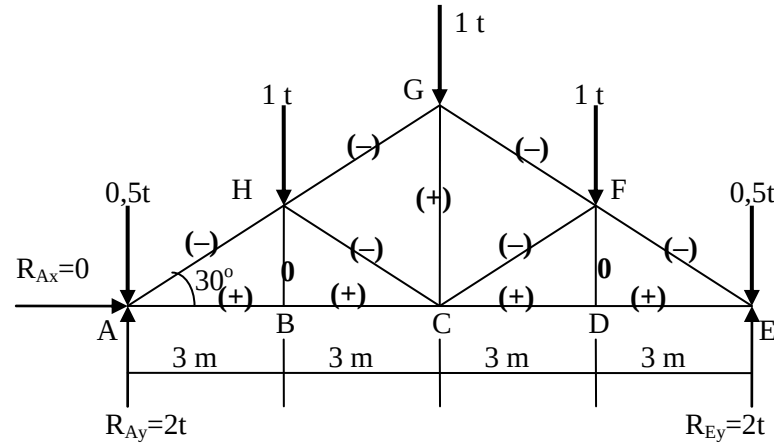


# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.7. (devamı)

Kafes Kiriş sisteminde yük dağılımı ve açıklıklar eşit olduğundan, sistemin sağ yarısı sol yarısının simetriği olacaktır. Bu nedenle sağ yarıdaki kuvvetlerin hesaplanmasına gerek yoktur.

### Kafes kiriş diyagramı

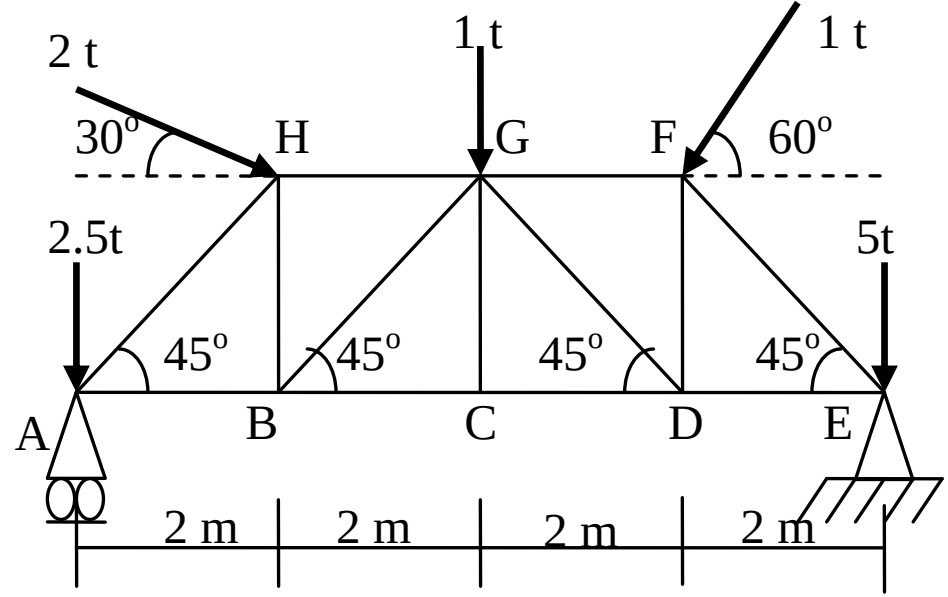


### Kafes kirişin çubuk kuvvetleri

| Sol yarı |            | Sağ yarı |            |
|----------|------------|----------|------------|
| Çubuk    | Kuvvet (t) | Çubuk    | Kuvvet (t) |
| AH       | 3 (-)      | EF       | 3 (-)      |
| AB       | 2,6 (+)    | DE       | 2,6 (+)    |
| BH       | 0          | DF       | 0          |
| BC       | 2,6 (+)    | CD       | 2,6 (+)    |
| HC       | 1 (-)      | CF       | 1 (-)      |
| HG       | 2 (-)      | FG       | 2 (-)      |
| CG       | 1 (+)      | CG       | 1 (+)      |

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

**Örnek 6.8.** Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş kafes kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız, çubuk kuvvetlerini düğüm noktası yöntemine göre hesaplayınız.



## Çözüm

### 1) Kafes kirişin statik belirliliği

*Tepki bileşeni sayısı = 3, Çubuk sayısı = 13, Düğüm sayısı = 8*

*Tepki bileşeni sayısı + çubuk sayısı =  $2n$*

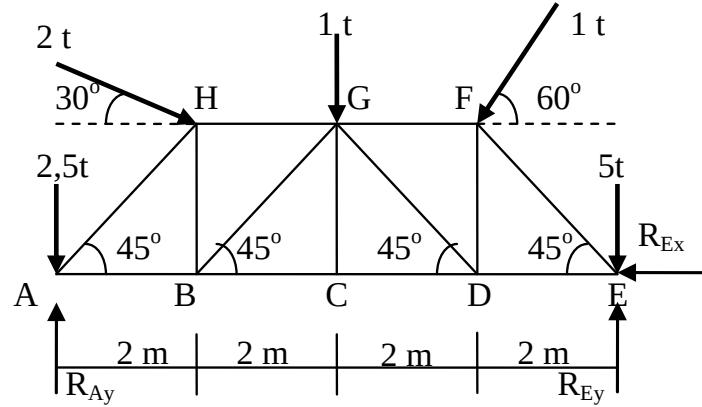
*$3 + 13 = 2n = 2 * 8$  yani  $16 = 16$*

*Bu nedenle kafes kiriş statik belirlidir.*

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.8. (devamı)

### 2) Mesnet reaksiyonlarının hesaplanması



$$+\circlearrowleft \Sigma M_E = 0 \text{ ise}$$

$$\begin{aligned} - 1t * \sin 60^\circ * 2m - 1t * \cos 60^\circ * 2m - 1t * 4m - 2t * \sin 30^\circ * 6m \\ + 2t * \cos 30^\circ * 2m - 2,5t * 8m + R_{Ay} * 8m = 0 \end{aligned}$$

$$R_{Ay} = 29,27tm / 8m \text{ ise } R_{Ay} = 3,66 t$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$-R_{Ex} - 1t * \cos 60^\circ + 2t * \cos 30^\circ = 0 \text{ ise } R_{Ex} = 1,23 t$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$R_{Ey} - 5t - 1t * \sin 60^\circ - 1t - 2t * \sin 30^\circ - 2,5 + 3,66t = 0$$

$$\text{ise } R_{Ey} = 6,71 t$$



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.8. (devamı)

### 3) Düğümlerin analizi

#### A Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$3,66t - 2,5t - AH * \sin 45^\circ = 0$$

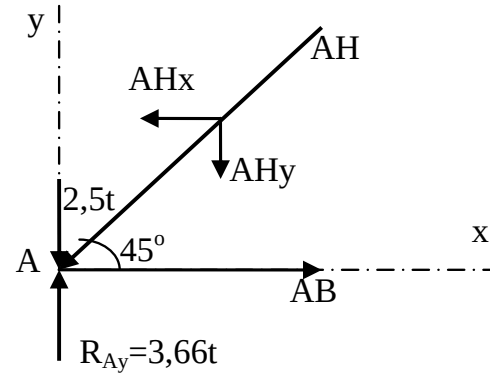
$$AH = 1,64 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$AB - AH * \cos 45^\circ = 0$$

$$AB - 1,64t * \cos 45^\circ = 0$$

$$AB = 1,16 t \text{ (Çekme)}$$



#### H Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

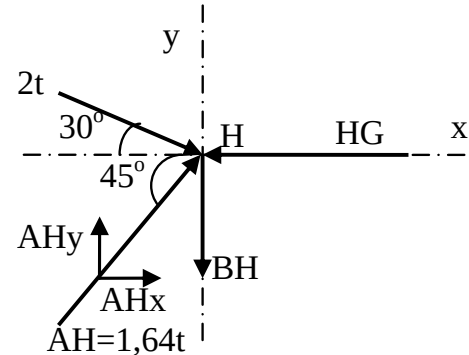
$$1,64t * \sin 45^\circ - 2t * \sin 30^\circ - BH = 0$$

$$BH = 0,16 t \text{ (Çekme)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$1,64t * \cos 45^\circ + 2t * \cos 30^\circ - HG = 0$$

$$HG = 2,89 t \text{ (Basma)}$$



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.8. (devamı)

### B Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$0,16t - BG * \sin 45^\circ = 0$$

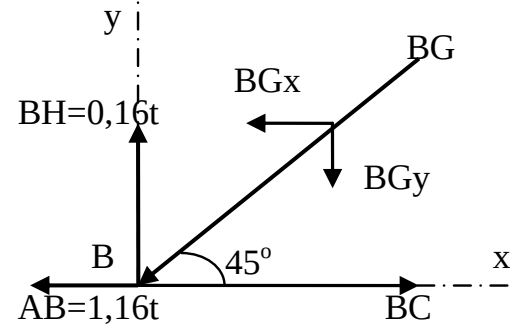
$$BG = 0,23 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$BC - AB - BG * \cos 45^\circ = 0$$

$$BC - 1,16t - 0,23t * \cos 45^\circ = 0$$

$$BC = 1,32 t \text{ (Çekme)}$$



### C Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

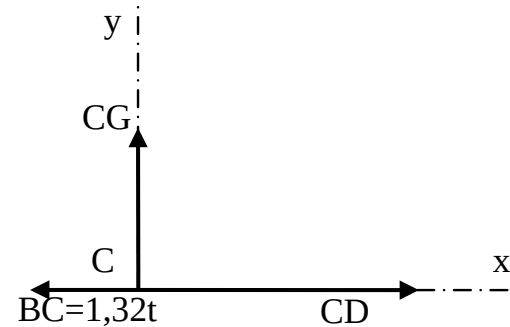
$$CG + 0 = 0$$

$$CG = 0 \text{ (Sıfır çubuğu)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$CD - 1,32t = 0$$

$$CD = 1,32 t \text{ (Çekme)}$$



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.8. (devamı)

### G Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

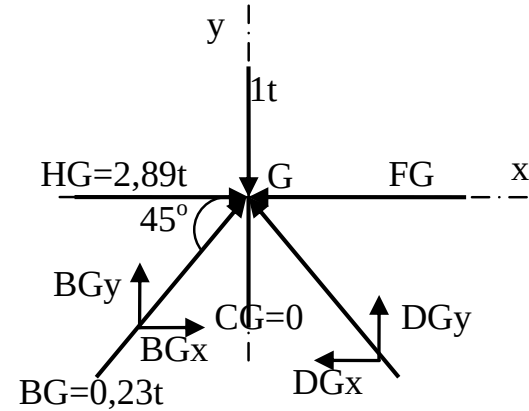
$$0,23t * \sin 45^\circ - 1t + DG * \sin 45^\circ = 0$$

$$DG = 1,19 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$2,89t + 0,23t * \cos 45^\circ - 1,19t \\ * \cos 45^\circ - FG = 0$$

$$FG = 2,21 t \text{ (Basma)}$$



### E Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$6,71t - 5t - EF * \sin 45^\circ = 0$$

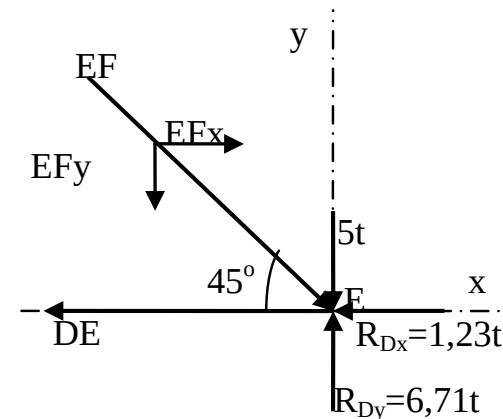
$$EF = 2,42 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$DE + EF * \cos 45^\circ - 1,23t = 0$$

$$DE + 2,42 * \cos 45^\circ - 1,23t = 0$$

$$DE = 0,48 t \text{ (Çekme)}$$



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.8. (devamı)

### D Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

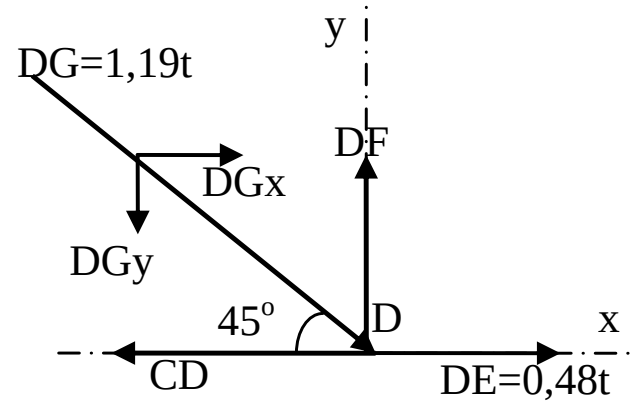
$$DF - 1,19 * \sin 45^\circ = 0$$

$$DF = 0,84 t \text{ (Çekme)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$0,48t + 1,19 * \cos 45^\circ - CD = 0$$

$$CD = 1,32 t \text{ (Çekme) (Kontrol)}$$

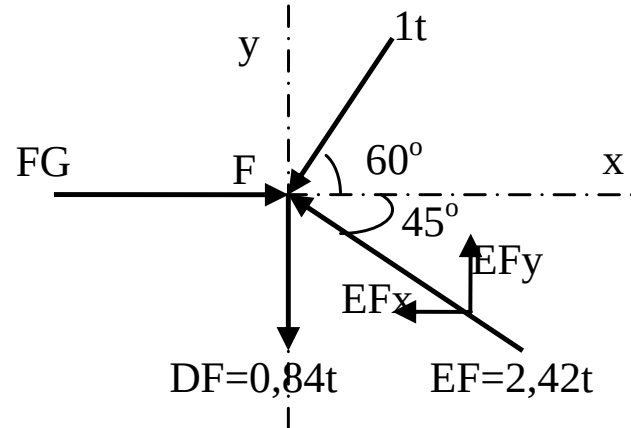


### F Düğümü

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$-2,42t * \cos 45^\circ - 1t * \cos 60^\circ + FG = 0$$

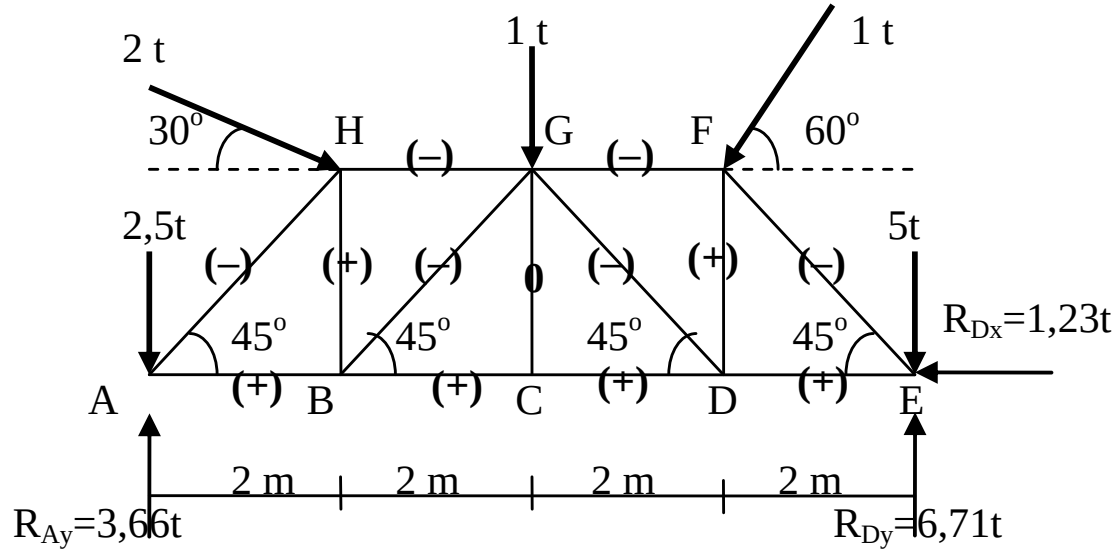
$$FG = 2,21 t \text{ (Basma) (Kontrol)}$$



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.8. (devamı)

Kafes kiriş diyagramı

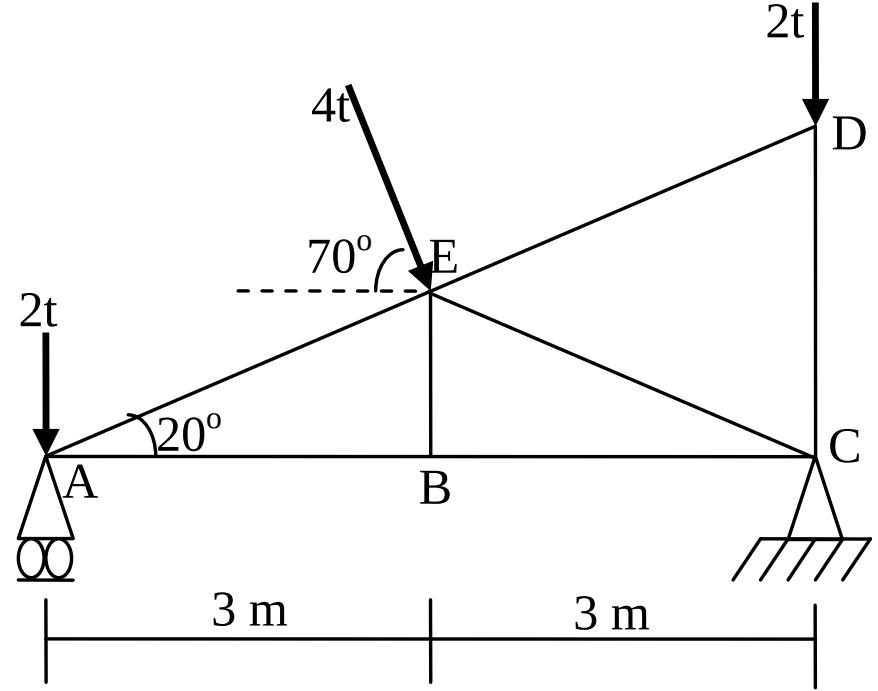


Kafes kirişin çubuk kuvvetleri

| Çubuk | Kuvvet (t) | Çubuk | Kuvvet (t) |
|-------|------------|-------|------------|
| AH    | 1,64 (-)   | CD    | 1,32 (+)   |
| AB    | 1,16 (+)   | DG    | 1,19 (-)   |
| BH    | 0,16 (+)   | FG    | 2,21 (-)   |
| HG    | 2,89 (-)   | EF    | 2,42 (-)   |
| BG    | 0,23 (+)   | DE    | 0,48 (+)   |
| BC    | 1,32 (+)   | DF    | 0,84 (+)   |
| CG    | 0          |       |            |

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

**Örnek 6.9.** Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş kafes kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız, çubuk kuvvetlerini düğüm noktası yöntemine göre hesaplayınız.



## Çözüm

### 1) Kafes kirişin statik belirliliği

*Tepki bileşeni sayısı = 3, Çubuk sayısı = 7, Düğüm sayısı = 5*

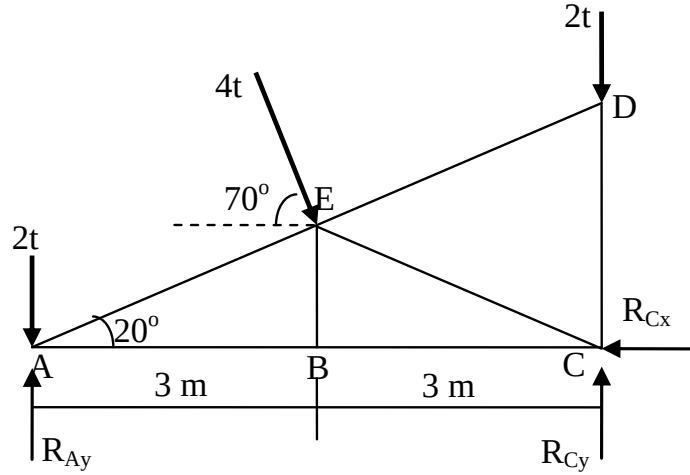
*Tepki bileşeni sayısı + Çubuk sayısı = 2n*

*3 + 7 = 2n = 2 \* 5 yani 10 = 10 Bu nedenle kafes kiriş statik belirlidir.*

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.9. (devamı)

2) Mesnet reaksiyonlarının hesaplanması



$$|EB| = \tan 20^\circ * 3m = 1,1m$$

$$+\circlearrowleft \Sigma M_C = 0 \text{ ise}$$

$$- 4t * \sin 70^\circ * 3m + 4t * \cos 70^\circ * 1,1m - 2t * 6m + R_{Ay} * 6m = 0$$

$$R_{Ay} = 21,77tm / 6m \text{ ise } R_{Ay} = 3,63 t$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$- R_{Cx} + 4t * \cos 70^\circ = 0 \text{ ise } R_{Cx} = 1,37 t$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$R_{Cy} - 2t - 4t * \sin 70^\circ - 2t + 3,63t = 0 \text{ ise } R_{Cy} = 4,13 t$$

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.9. (devamı)

### 3) Düğümlerin analizi

#### A Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$3,63t - 2t - AE * \sin 20^\circ = 0$$

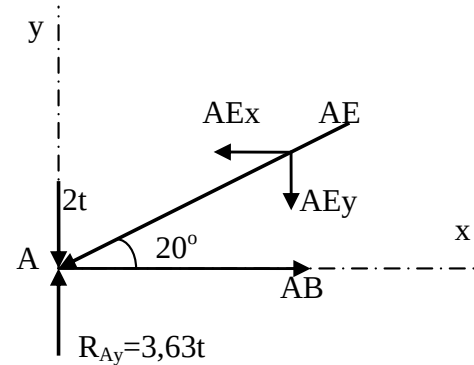
$$AE = 4,77 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$AB - AE * \cos 20^\circ = 0$$

$$AB - 4,77t * \cos 20^\circ = 0$$

$$AB = 4,48 t \text{ (Çekme)}$$



#### B Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

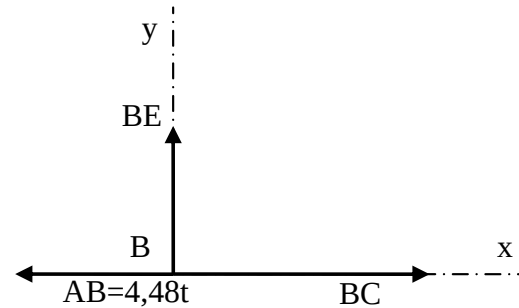
$$BE + 0 = 0$$

$$BE = 0 \text{ (Sıfır çubuğu)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$BC - 4,48t = 0$$

$$BC = 4,48 t \text{ (Çekme)}$$





# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.9. (devamı)

### C Düğümü

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$CE * \cos 20^\circ - 4,48t - 1,37t = 0$$

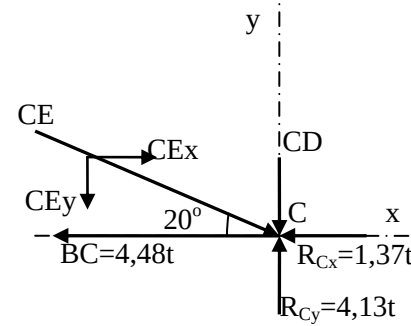
$$CE = 6,23 t \text{ (Basma)}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$4,13t - CE * \sin 20^\circ - CD = 0$$

$$4,13t - 6,23t * \sin 20^\circ - CD = 0$$

$$CD = 2 t \text{ (Basma)}$$

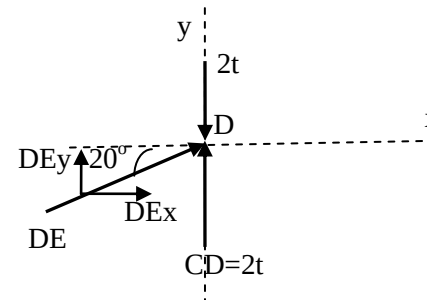


### D Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$2t G - 2t + DE * \sin 20^\circ = 0$$

$$DE = 0 \text{ (Sıfır çubuğu)}$$

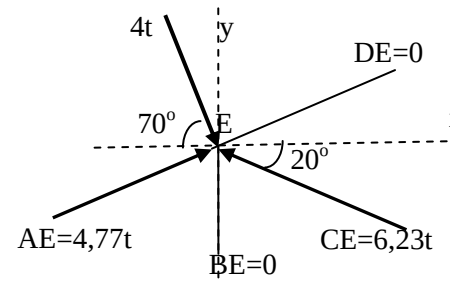


### E Düğümü

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$4,77t * \sin 20^\circ - 4t * \sin 70^\circ + CE * \sin 20^\circ = 0$$

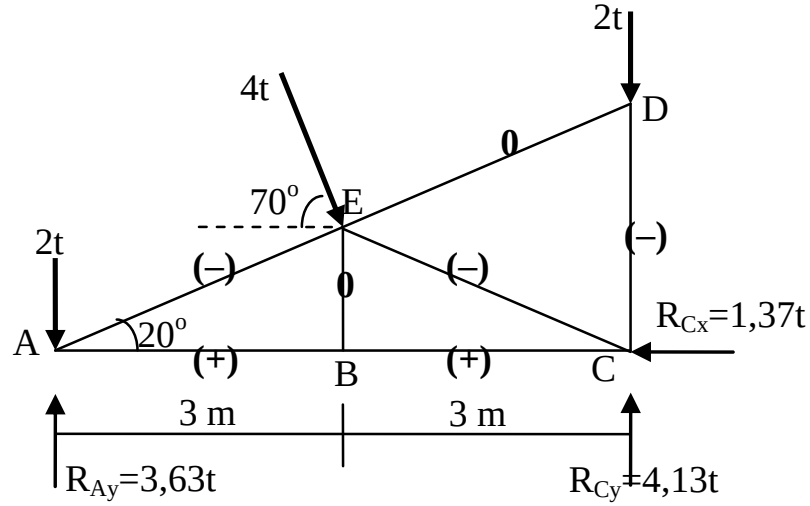
$$CE = 6,23 t \text{ (Basma) (Kontrol)}$$



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.9. (devamı)

Kafes kiriş diyagramı



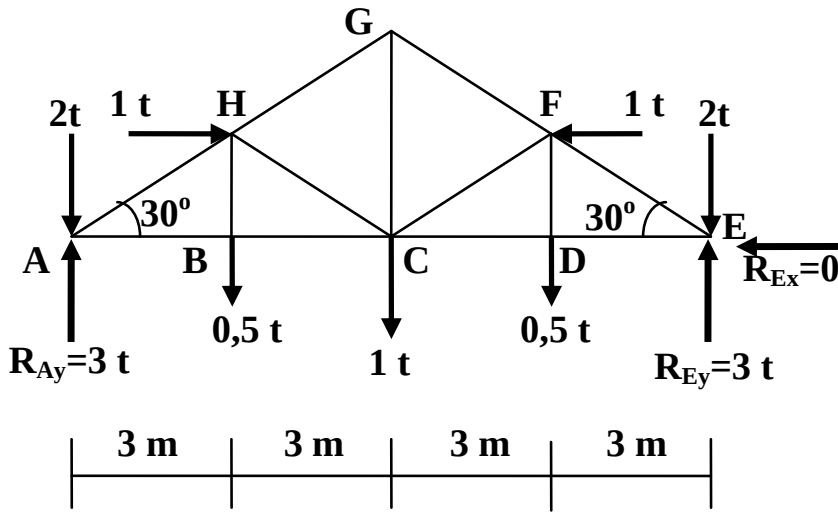
Kafes kirişin çubuk kuvvetleri

| Çubuk | Kuvvet (t) | Çubuk | Kuvvet (t) |
|-------|------------|-------|------------|
| AE    | 4,77 (-)   | CE    | 6,23 (-)   |
| AB    | 4,48 (+)   | CD    | 2 (-)      |
| BE    | 0          | DE    | 0          |
| BC    | 4,48 (+)   |       |            |

## DÜZLEM KAFES KİRİŞLER (ÖRNEK SINAV SORUSU-FİNAL)

1. Mesnet reaksiyonları hesaplanarak serbest cisim diyagramı aşağıdaki şekilde gösterilen statik yönden belirli üçgen (howe) tipi kafes kirişin tabloda belirtilen çubuk kuvvetlerini düğüm noktası yöntemine göre hesaplayınız. (35 PUAN)

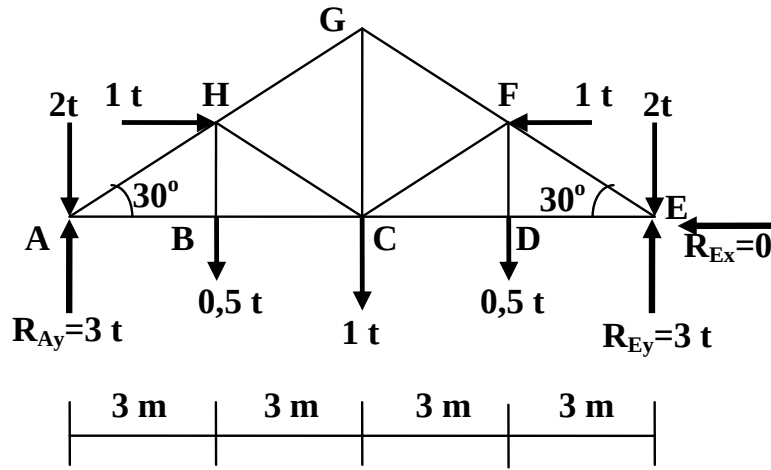
**NOT: Sistemdeki mesnet reaksiyonları hesaplanarak ( $R_{Ay} = R_{Ey} = 3 \text{ t}$  yukarıya doğru ve  $R_{Ex} = 0 \text{ t}$ ) yandaki şekilde gösterilmiştir. Mesnet reaksiyonlarını yeniden hesaplamayınız.**



### Kafes girişin çubuk kuvvetleri

| Sol yarı |            |
|----------|------------|
| Çubuk    | Kuvvet (t) |
| AH       |            |
| AB       |            |
| BH       |            |
| BC       |            |
| HC       |            |
| HG       |            |
| CG       |            |

# DÜZLEM KAFES KİRİŞLER (ÖRNEK SINAV SORUSU-FİNAL)



| Sol yarı |            |
|----------|------------|
| Çubuk    | Kuvvet (t) |
| AH       | 2.00 (B)   |
| AB       | 1.73 (Ç)   |
| BH       | 0.50 (Ç)   |
| BC       | 1.73 (Ç)   |
| HC       |            |
| HG       |            |
| CG       |            |

## Düğümlerin analizi

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p><b>A Düğümü</b></p> <p><math>+\uparrow \Sigma F_y = 0</math> ise<br/> <math>3t - 2t - AH \cdot \sin 30^\circ = 0</math> ise <b>AH = 2 t (Basma)</b></p> <p><math>+\rightarrow \Sigma F_x = 0</math> ise<br/> <math>AB - AH \cdot \cos 30^\circ = 0</math><br/> <math>AB - 2t \cdot \cos 30^\circ = 0</math> ise <b>AB = 1.73 t (Çekme)</b></p> |
|  | <p><b>B Düğümü</b></p> <p><math>+\uparrow \Sigma F_y = 0</math> ise<br/> <math>BH - 0.5t = 0</math> ise <b>BH = 0.5 t (Çekme)</b></p> <p><math>+\rightarrow \Sigma F_x = 0</math> ise<br/> <math>BC - 1.73t = 0</math> ise <b>BC = 1.73 t (Çekme)</b></p>                                                                                         |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Free body diagram of joint H. The diagram shows a central point H with four forces acting on it. A horizontal force of <math>1t</math> acts to the right. A vertical force of <math>0.5t</math> acts downwards. A force of <math>2t</math> acts along a line at <math>30^\circ</math> below the horizontal to the left. A force acts along a line at <math>30^\circ</math> above the horizontal to the right. The angle between the horizontal and the line to the right is <math>30^\circ</math>.</p>                                                                                     | <p><b><u>H Düğümü</u></b></p> <p><math>+\uparrow \Sigma F_y = 0</math> ise</p> $2t * \sin 30^\circ - 0.5t + HC * \sin 30^\circ - HG * \sin 30^\circ = 0$ <p><b><math>HC - HG = -1t</math></b></p> <p><math>+\rightarrow \Sigma F_x = 0</math> ise</p> $2t * \cos 30^\circ + 1t - HC * \cos 30^\circ - HG * \cos 30^\circ = 0$ <p><b><math>HC + HG = 3.15t</math> ise</b></p> <p><b><math>HC = 1.08t</math> (Basma) ve <math>HG = 2.08t</math> (Basma)</b></p> |
| <p>Free body diagram of joint C. The diagram shows a central point C with four forces acting on it. A vertical force of <math>1t</math> acts downwards. A horizontal force of <math>1.73t</math> acts to the left. A horizontal force of <math>1.73t</math> acts to the right. A force of <math>1.08t</math> acts along a line at <math>30^\circ</math> above the horizontal to the left. A force of <math>1.08t</math> acts along a line at <math>30^\circ</math> above the horizontal to the right. The angle between the horizontal and the line to the left is <math>30^\circ</math>.</p> | <p><b><u>C Düğümü</u></b></p> <p><math>+\uparrow \Sigma F_y = 0</math> ise</p> $CG - 1t - 1.08 * \sin 30^\circ - 1.08 * \sin 30^\circ = 0$ <p><b><math>CG = 2.08t</math> (+) Çekme</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                    |

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.2. Kesit yöntemi

- Kafes kirişlerdeki çubuk kuvvetlerinin düğüm noktası yöntemi ile analizinde, her bir düğümde ortak kesim noktalı (bir noktada kesişen ) düzlemsel kuvvet sistemlerinin denge şartı ( $\sum F_x = 0$ ;  $\sum F_y = 0$ ) uygulanmaktadır.
- Kafes kiriş analizinde aynı zamanda ortak bir kesim noktası olmayan (bir noktada kesişmeyen) düzlemsel kuvvet sistemlerinin denge şartı ( $\sum F_x = 0$ ;  $\sum F_y = 0$ ;  $\sum MC = 0$ ) da uygulanabilir.
- Buna ek olarak, düğüm noktası yönteminde bir kafes sistemin bütün çubuk kuvvetlerinin bulunması için düğüm noktaları belli bir sıra düzeninde analiz edilmesi gerekmektedir.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.2. Kesit yöntemi

- Kesit yönteminin uygulanmasıyla düğüm noktalarının sıra ile analizi takip edilmeksizin kafes kirişin istenilen herhangi bir çubuktaki kuvvet direk olarak hesaplanabilmektedir.
- Bununla birlikte bir çubukta ya da az sayıda çubuktaki kuvvetlerin bulunması isteniyorsa kesit yöntemi daha uygundur.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.2. Kesit yöntemi

- Çubuk kuvvetlerinin kesit yöntemine göre hesaplanmasında kafes kirişin düğüm noktalarından geçmeyen bir düzlem ile kesildiği kabul edilir.
- Bu şekilde ayrılan kafes kiriş parçası tam bir rijit sistem olarak kabul edilir.
- Bu parçalara etkiyen dış kuvvetlerle kesilen çubuklardaki kuvvetlerden meydana gelen sistemin denge koşullarına uyması gerekir.



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.2. Kesit yöntemi

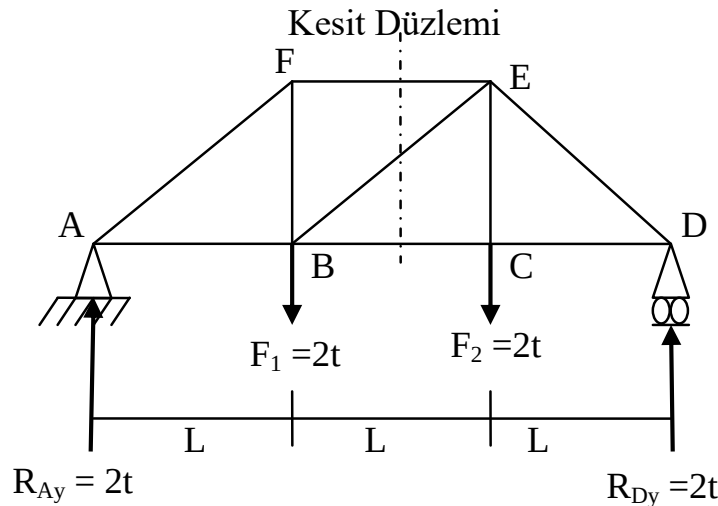
- Kesit yönteminin uygulanmasında, kafes kiriş istenilen yerden, üçten fazla çubuk kesilmeyecek şekilde bir kesit düzlemi ile kesilerek iki parçaya ayrılır.
- Böylece kafes kirişin her parçası üzerine ortak bir kesim noktası olmayan (bir noktada kesişmeyen) kuvvetlerin etki ettiği bir sistem olur.
- Her parça kendisine etki eden bilinen yükler ve kesilen çubukların kesim noktalarında birbirlerine ilettikleri bilinmeyen kuvvetler etkisi altında denge halindedir.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.2. Kesit yöntemi

- Konunun daha iyi anlaşılması için örneğin Şekil 6.3 'de verilen kafes kiriş göz önüne alalım.
- Burada eğer FE, BE ve BC çubuklarını kesecek şekilde bir kesit düzlemi geçirilirse, kafes iki parçaya ayrılır (Şekil 6.3.a).



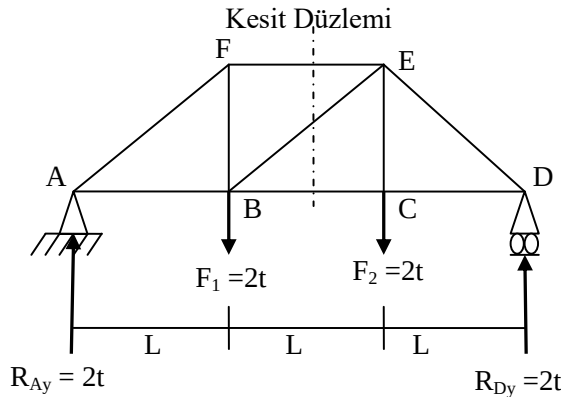
(a)

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

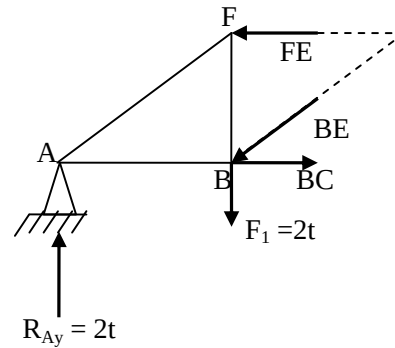
## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.2. Kesit yöntemi

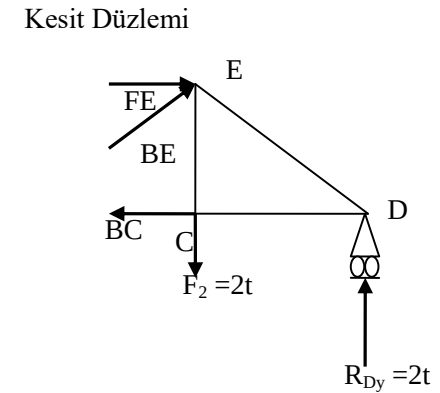
- Şekil 6.3.b ve c 'de görüldüğü gibi her bir parça üzerine gelen bilinen kuvvetler ve kesilen çubuklardaki bilinmeyen kuvvetlerin etkisi altında denge halinde olan bir cisimdir.
- Bu parçalardan her birisi ortak kesim noktası olmayan düzlemsel bir kuvvet sisteminin etkisi altında denge halindedir.



(a)



(b)



(c)

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.2. Kesit yöntemi

- Her iki parçadaki bilinmeyen kuvvetler aynı olduğundan, bilinmeyenlerin belirlenmesi için denge denklemleri ( $\Sigma F_x = 0$ ;  $\Sigma F_y = 0$ ;  $\Sigma MC = 0$ ) hesap işlemi daha basit olacak parça üzerinde uygulanır.
- Kesit düzlemi ile kesilmemiş çubuklardaki kuvvetler, dikkate alınacak serbest cisim diyagramı için iç kuvvet olduklarından denge denklemlerinin uygulanmasında hesap işlemlerine girmezler.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.2. Kesit yöntemi

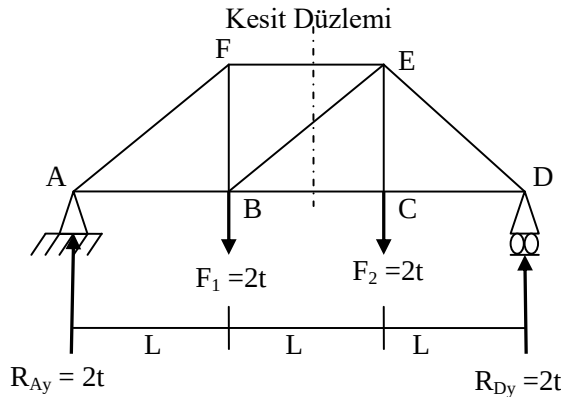
- Hesap işlemlerinin birleştirilmesi amacıyla, mesnet reaksiyonlarının bulunmasında olduğu gibi, denge denklemlerinden her birisi, tek bilinmeyen içerecek şekilde uygulanır.
- Genellikle en iyi sonuç, işleme girmesi istenmeyen bilinmeyen kuvvetlerin tesir çizgilerinin kesim noktaları, moment merkezi seçilerek, moment denklemlerinin uygulanmasından elde edilir.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

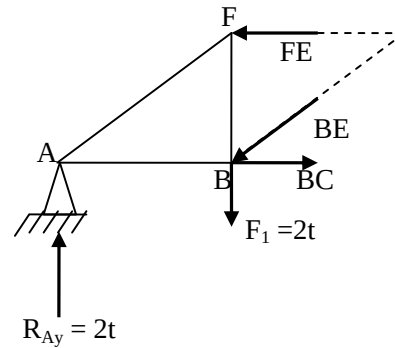
## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.2. Kesit yöntemi

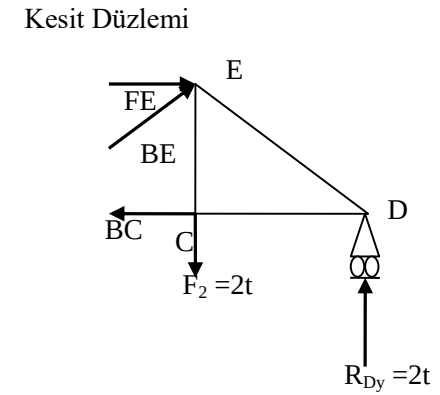
- Örneğin Şekil 6.3 'de FE çubuk kuvvetinin hesaplanması istenirse, B noktası moment alınacak nokta olarak seçilir.
- BC çubuk kuvvetinin hesaplanması istenirse, moment merkezi olarak BE ve FE kuvvetlerinin tesir çizgilerinin kesim noktası yani E noktası seçilir.



(a)



(b)



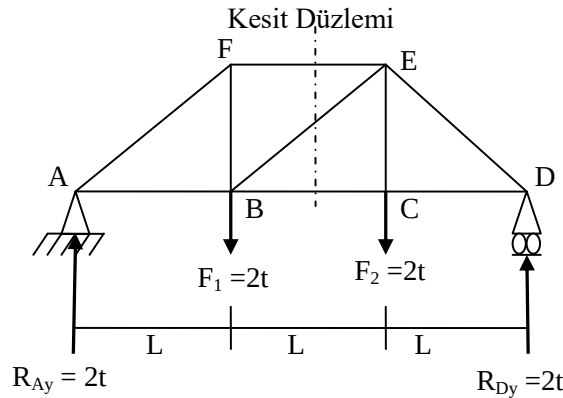
(c)

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

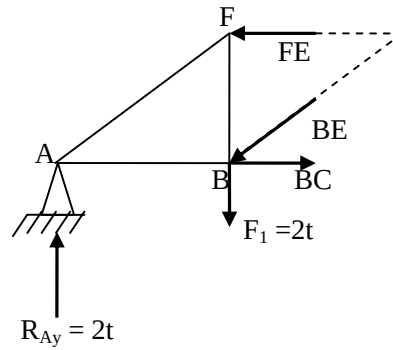
## 6.3. Kafes Kirişlerde Kuvvet Analizi

### 6.3.2. Kesit yöntemi

- Buna karşılık BE çubuk kuvvetinin hesaplanmasında moment denklemi uygulanamaz. Bu amaçla  $\Sigma F_y = 0$  denklemi uygulanarak x yönündeki FE ve BC bilinmeyenleri elimine edilerek BE çubuk kuvveti hesaplanır.

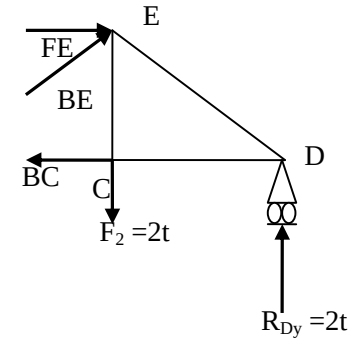


(a)



(b)

Kesit Düzlemi

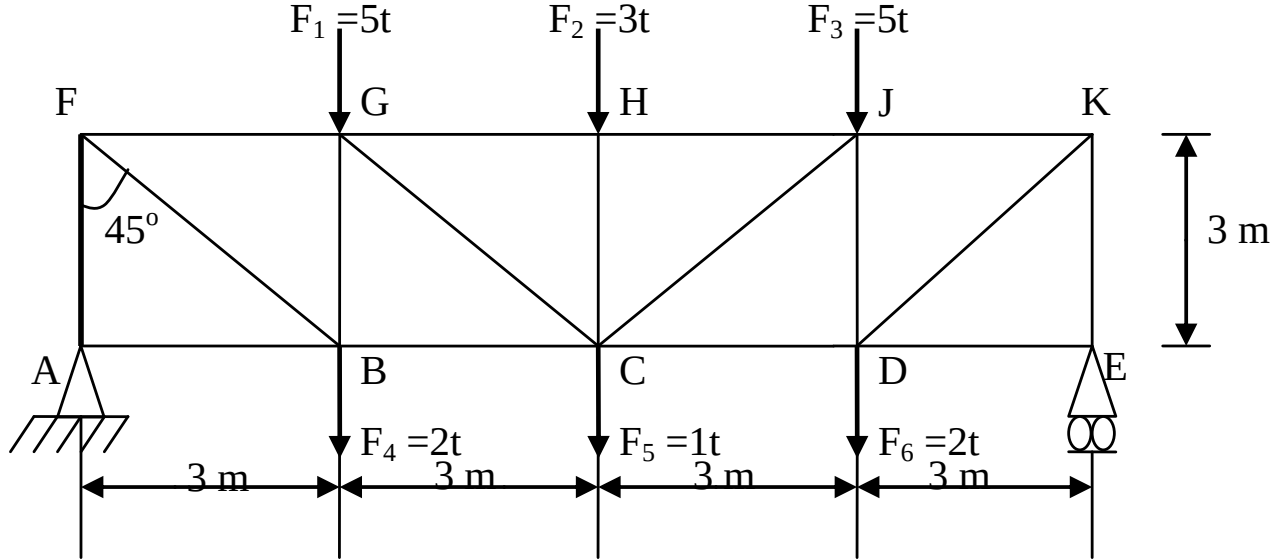


(c)

- Bir kafes kiriş sisteminin analizinde bu iki metot ayrı ayrı kullanılabileceği gibi bazı durumlarda hesap işlemlerini kolaylaştırmak amacıyla aynı problemde beraberce kullanılabilir.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

**Örnek 6.10.** Şekilde verilen kafes kirişin çubuk kuvvetlerini kesit yöntemine göre bulunuz.



## Çözüm

### 1) Kafes kirişin statik belirliliği

*Tepki bileşeni sayısı = 3, Çubuk sayısı = 17, Düğüm sayısı = 10*

*Tepki bileşeni sayısı + Çubuk sayısı = 2n*

$$3 + 17 = 2n = 2 * 10 \text{ yani } 20 = 20$$

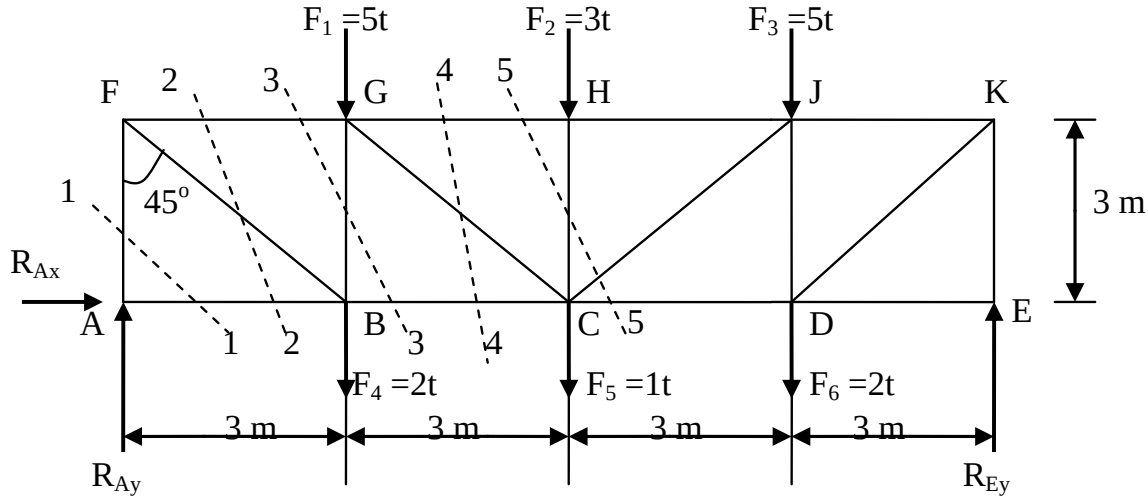
*Bu nedenle kafes kiriş statik belirlidir.*



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.10. (devamı)

2) Mesnet reaksiyonlarının hesaplanması



$$+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 \text{ ise}$$

$$5t * 3m + 3t * 6m + 5t * 9m + 2t * 3m + 1t * 6m + 2t * 9m - R_{Ey} * 12m = 0$$

$$R_{Ey} = 126tm / 12m \text{ ise } R_{Ey} = 9t$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise } R_{Ax} = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$R_{Ay} - 5t - 3t - 5t - 2t - 1t - 2t + 9t = 0 \text{ ise } R_{Ay} = 9t$$

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.10. (devamı)

### 3) Düğümlerin analizi

Düğüm yönteminde olduğu gibi bu yöntemde de yönü kesite doğru olan kuvvetler basma (-), yönü kesitten uzaklaşanlar çekme (+) olarak tanımlanır.

#### 1-1 Kesiti

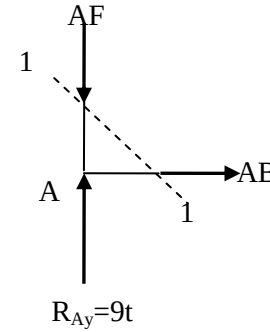
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$9t - AF = 0$$

$$AF = 9t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$AB = 0 \text{ (Sıfır çubuğu)}$$



#### 2-2 Kesiti

Moment merkezi iki bilinmeyen kuvvetin tesir çizgilerinin kesim noktasında seçildiğinde, moment denklemi tek bilinmeyenli olur.

$$+\curvearrowright \Sigma M_B = 0 \text{ ise}$$

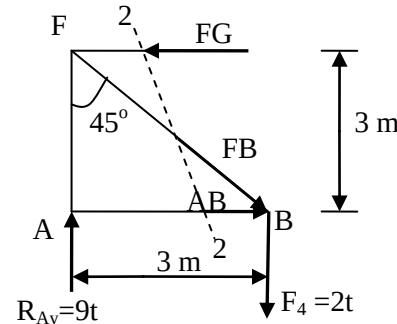
$$9t * 3m - FG * 3 = 0$$

$$FG = 9t \text{ (Basma)}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$9t - FB * \cos 45^\circ = 0$$

$$FB = 12,73t \text{ (Çekme)}$$



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.10. (devamı)

### 3-3 Kesiti

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

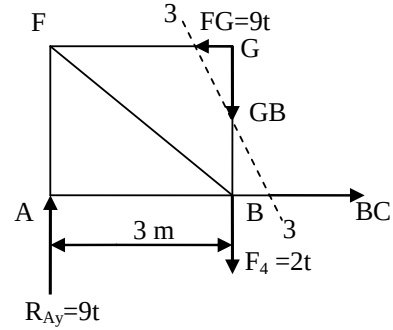
$$9t - 2t - GB = 0$$

$$GB = 7t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$BC - 9t = 0$$

$$BC = 9t \text{ (Çekme)}$$



### 4-4 Kesiti

$$+\cup \Sigma M_C = 0 \text{ ise}$$

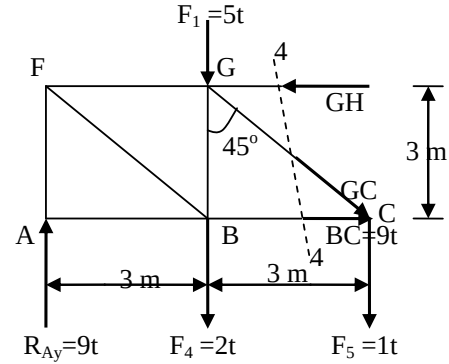
$$9t * 6m - 2t * 3m - 5t * 3m - GH * 3 = 0$$

$$GH = 11t \text{ (Basma)}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$9t - 2t - 5t - GC * \cos 45^\circ = 0$$

$$GC = 2,83t \text{ (Çekme)}$$



### 5-5 Kesiti

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$9t - 11t + CJ * \sin 45^\circ = 0$$

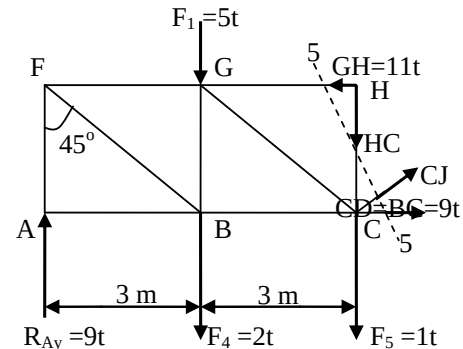
$$CJ = 2,83t \text{ (Çekme) (Kontrol)}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$9t - 2t - 5t - 1t + CJ * \cos 45^\circ - HC = 0$$

$$9t - 2t - 5t - 1t + 2,83 * \cos 45^\circ - HC = 0$$

$$HC = 3t \text{ (Basma)}$$

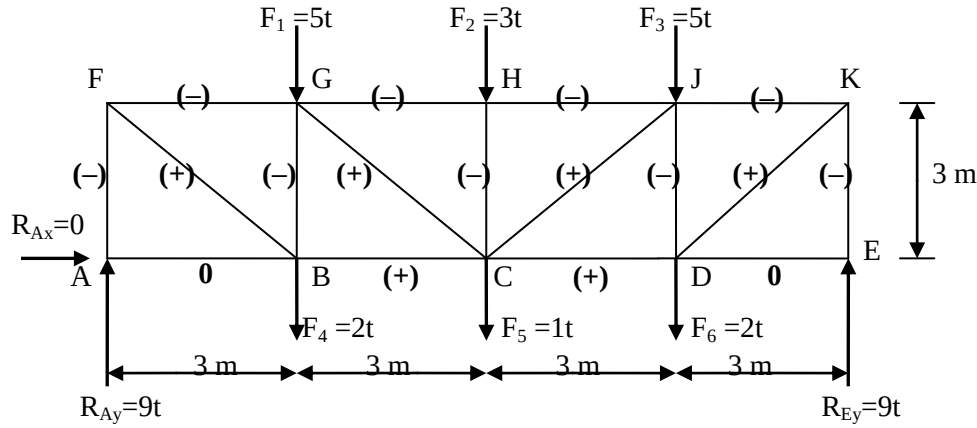


# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.10. (devamı)

### Kafes kiriş diyagramı

Kafes Kiriş sisteminde yük dağılımı ve açıklıklar eşit olduğundan, sağ yarı sol yarının simetriğidir. Bu nedenle sağ yarıdaki kuvvetlerin hesaplanmasına gerek yoktur.

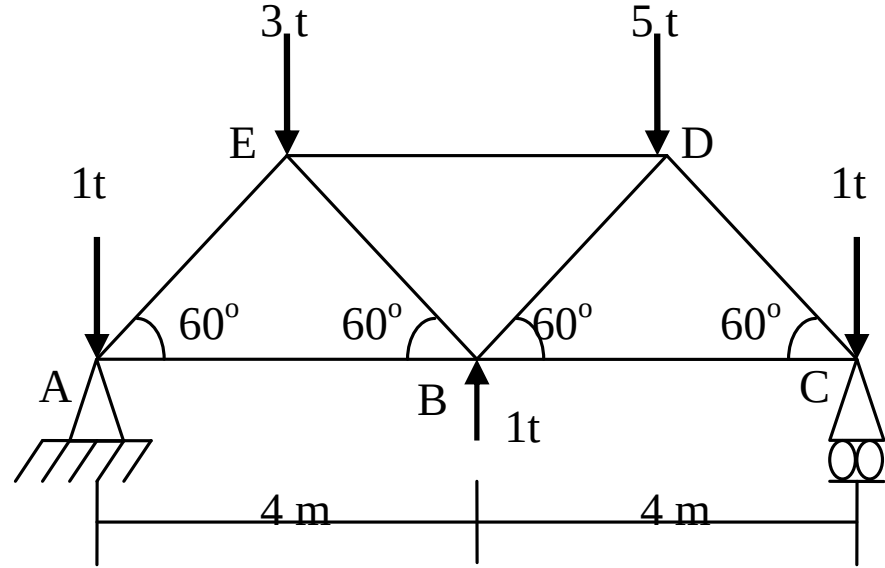


### Kafes kirişin çubuk kuvvetleri

| Çubuk | Kuvvet (t) | Çubuk | Kuvvet (t) |
|-------|------------|-------|------------|
| AF    | 9 (-)      | EK    | 9 (-)      |
| AB    | 0          | DE    | 0          |
| FG    | 9 (-)      | JK    | 9 (-)      |
| FB    | 12,73 (+)  | DK    | 12,73 (+)  |
| GB    | 7 (-)      | DJ    | 7 (-)      |
| BC    | 9 (+)      | CD    | 9 (+)      |
| GH    | 11 (-)     | HJ    | 11 (-)     |
| GC    | 2,83 (+)   | CJ    | 2,83 (+)   |
| HC    | 3 (-)      | HC    | 3 (-)      |

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

**Örnek 6.11.** Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş kafes kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız, çubuk kuvvetlerini kesit yöntemine göre hesaplayınız.



## Çözüm

### 1) Kafes kirişin statik belirliliği

*Tepki bileşeni sayısı = 3, Çubuk sayısı = 7, Düğüm sayısı = 5*

$$Tepki\ bileşeni\ sayısı + Çubuk\ sayısı = 2n$$

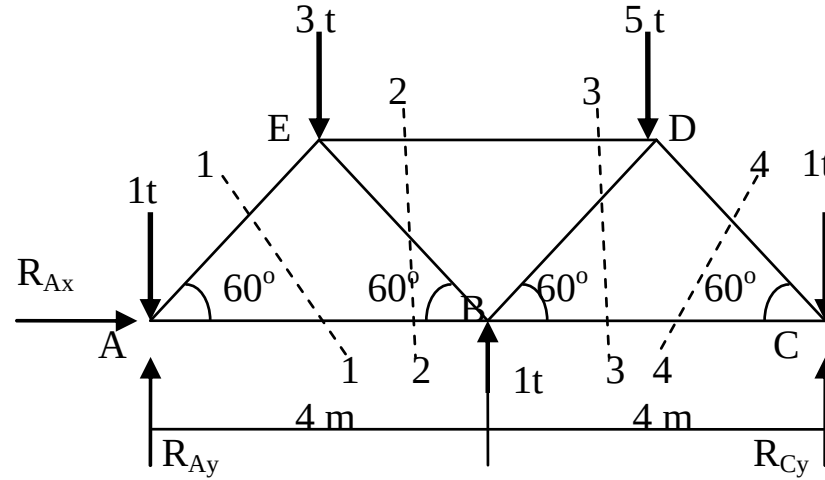
$$3 + 7 = 2n = 2 * 5\ yani\ 10 = 10$$

*Bu nedenle kafes kiriş statik belirlidir.*

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.11. (devamı)

### 2) Mesnet reaksiyonlarının hesaplanması



$$+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 \text{ ise}$$

$$R_{Ax} * 0 + 1t * 0 + 3t * 2m - 1t * 4m + 5t * 6m + 1t * 8m - R_{Cy} * 8m = 0$$

$$R_{Cy} = 40tm / 8m \text{ ise } R_{Cy} = 5t$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise } R_{Ax} = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$R_{Ay} - 1t - 3t + 1t - 5t + 5t - 1t = 0 \text{ ise } R_{Ay} = 4t$$

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.11. (devamı)

### 3) Düğümlerin analizi

#### 1-1 Kesiti

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$4t - 1t - AE * \sin 60^\circ = 0$$

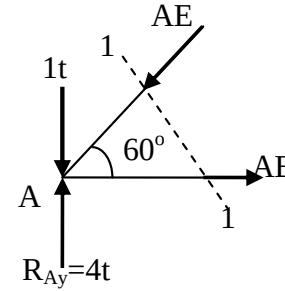
$$AE = 3,46 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$AB - AE * \cos 60^\circ = 0$$

$$AB - 3,46t * \cos 60^\circ = 0$$

$$AB = 1,73 t \text{ (Çekme)}$$



#### 2-2 Kesiti

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$4t - 1t - 3t - BE * \sin 60^\circ = 0$$

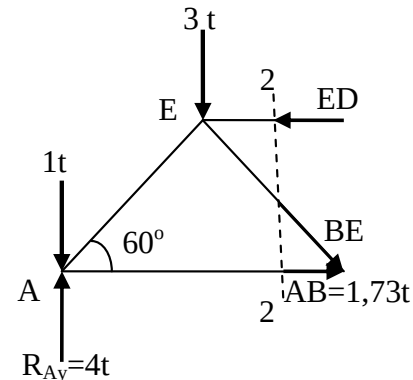
$$BE = 0 \text{ (Sıfır çubuğu)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$1,73t - ED - BE * \cos 60^\circ = 0$$

$$1,73t - ED - 0 = 0$$

$$ED = 1,73 t \text{ (Basma)}$$



# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.11. (devamı)

3-3 Kesiti

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$4t + 1t - 1t - 3t - BD * \sin 60^\circ = 0$$

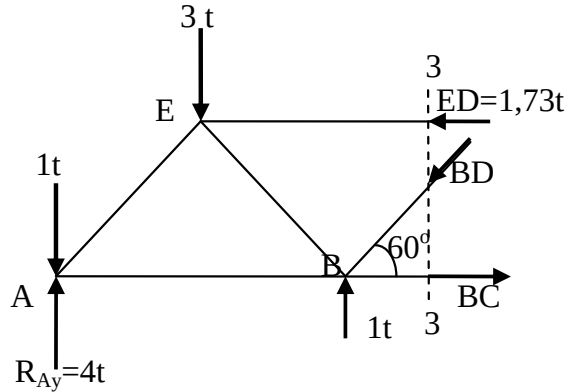
$$BD = 1,15 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$BC - 1,73t - BD * \cos 60^\circ = 0$$

$$BC - 1,73t - 1,15 * \cos 60^\circ = 0$$

$$BC = 2,31 t \text{ (Çekme)}$$



4-4 Kesiti

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$4t + 1t - 1t - 3t - 5t + CD * \sin 60^\circ = 0$$

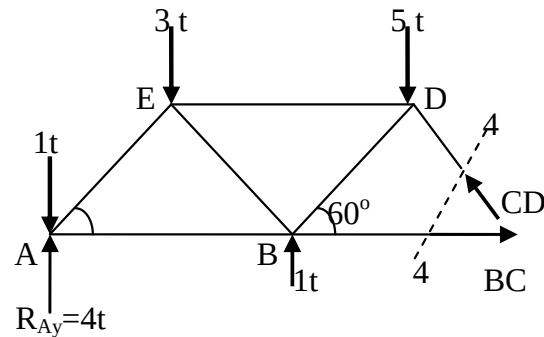
$$CD = 4,62 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$BC - CD * \cos 60^\circ = 0$$

$$BC - 4,62 * \cos 60^\circ = 0$$

$$BC = 2,31 t \text{ (Çekme) (kontrol)}$$

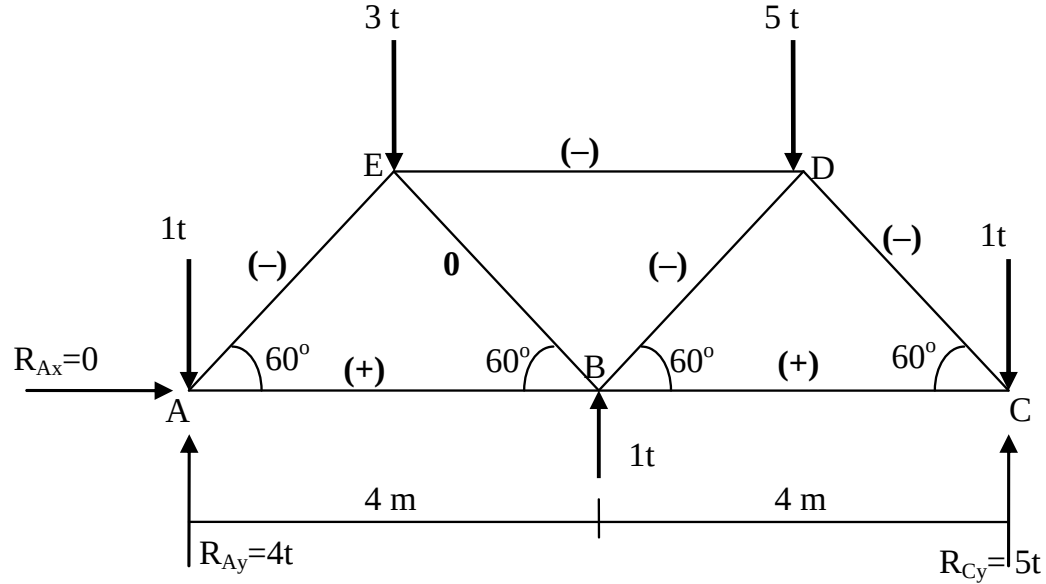




# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.11. (devamı)

Kafes giriş diyagramı

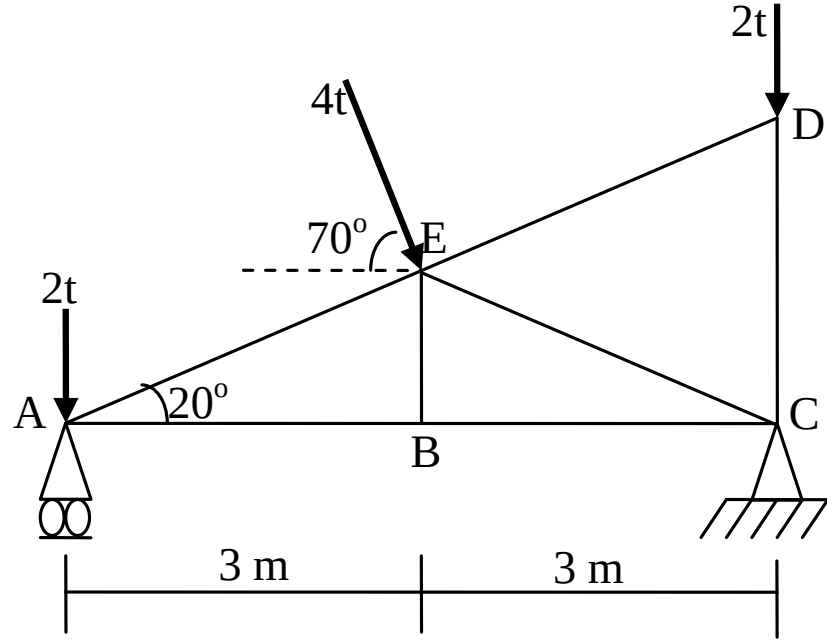


Kafes girişin çubuk kuvvetleri

| Sol yarı |            | Sağ yarı |            |
|----------|------------|----------|------------|
| Çubuk    | Kuvvet (t) | Çubuk    | Kuvvet (t) |
| AE       | 3,46 (-)   | BD       | 1,15 (-)   |
| AB       | 1,73 (+)   | BC       | 2,31 (+)   |
| BE       | 0          | CD       | 4,62 (-)   |
| ED       | 1,73 (-)   |          |            |

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

**Örnek 6.12.** Şekildeki gibi mesnetlenmiş ve yüklenmiş kafes kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız, çubuk kuvvetlerini kesit yöntemine göre hesaplayınız.



## Çözüm

### 1) Kafes kirişin statik belirliliği

Tepki bileşeni sayısı = 3, Çubuk sayısı = 7, Düğüm sayısı = 5

Tepki bileşeni sayısı + Çubuk sayısı =  $2n$

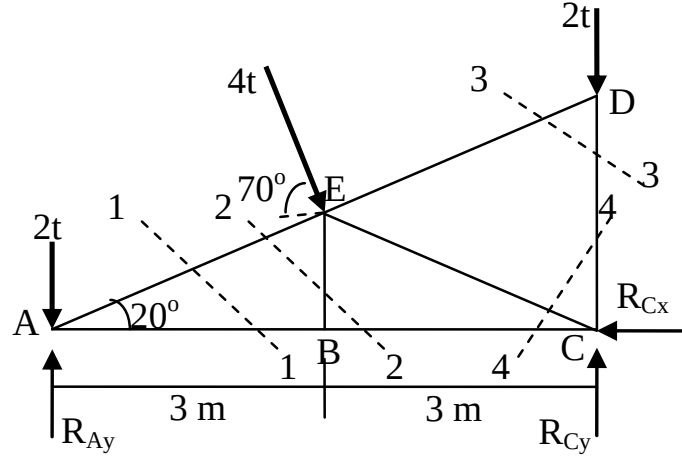
$$3 + 7 = 2n = 2 * 5 \text{ yani } 10 = 10$$

Bu nedenle kafes kiriş statik belirlidir.

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.12. (devamı)

### 2) Mesnet reaksiyonlarının hesaplanması



$$+\curvearrowright \Sigma M_C = 0 \text{ ise}$$

$$- 4t * \sin 70^\circ * 3m + 4t * \cos 70^\circ * 1,1m - 2t * 6m + R_{Ay} * 6m = 0$$

$$R_{Ay} = 21,77tm / 6m \text{ ise } R_{Ay} = 3,63 t$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$-R_{Cx} + 4t * \cos 70^\circ = 0 \text{ ise } R_{Cx} = 1,37 t$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$R_{Cy} - 2t - 4t * \sin 70^\circ - 2t + 3,63t = 0 \text{ ise } R_{Cy} = 4,13 t$$

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.12. (devamı)

### 3) Düğümlerin analizi

#### 1-1 Kesiti

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$3,63t - 2t - AE \cdot \sin 20^\circ = 0$$

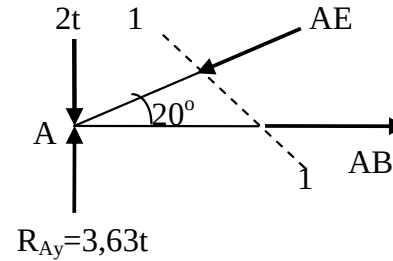
$$AE = 4,77 t \text{ (Basma)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$AB - AE \cdot \cos 20^\circ = 0$$

$$AB - 4,77t \cdot \cos 20^\circ = 0$$

$$AB = 4,48 t \text{ (Çekme)}$$



#### 2-2 Kesiti

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

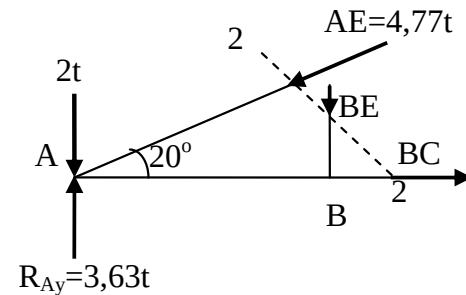
$$3,63t - 2t - 4,77t \cdot \sin 20^\circ + BE = 0$$

$$BE = 0 \text{ (Sıfır çubuğu)}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

$$BC - 4,77t \cdot \cos 20^\circ = 0$$

$$BC = 4,48 t \text{ (Çekme)}$$



### Örnek 6.12. (devamı)

$$+ \rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

***ED = 0 t (Sıfır çubuğu)***

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$3,63t + 4,13t - 2t - 4t * \sin 70^\circ - 0 = 0$$

$$CD = 2 t (Basma)$$

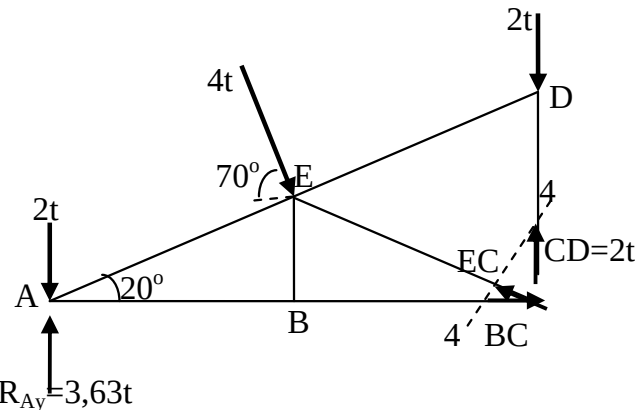


$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \text{ ise}$$

$$3,63t - 2t - (4t * \sin 70^\circ) - 2t$$

$$+2t + (EC * \sin 20^\circ) = 0$$

**$EC = 6,23 \text{ t (Basma)}$**



$$+ \rightarrow \Sigma F_x = 0 \text{ ise}$$

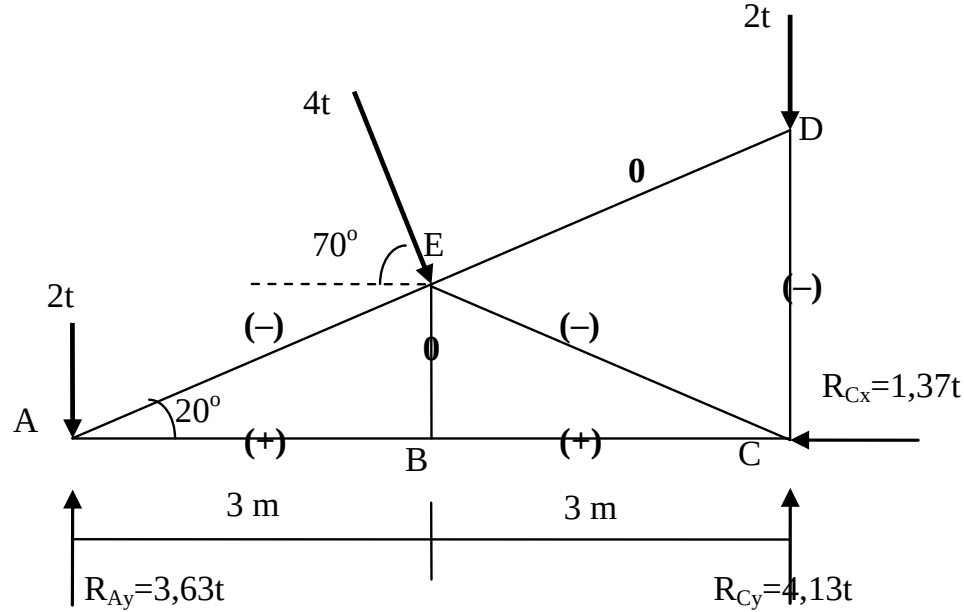
$$4 t * \cos 70^{\circ} - EC * \cos 20^{\circ} + BC = (R_{Ay} = 3,63t$$

$$BC = 4,48 \text{ t (Çekme) (Kontrol)}$$

# DÜZLEM KAFES SİSTEMLER

## Örnek 6.12. (devamı)

Kafes kiriş diyagramı



Kafes kirişin çubuk kuvvetleri

| Çubuk | Kuvvet (t) | Çubuk | Kuvvet (t) |
|-------|------------|-------|------------|
| AE    | 4,77 (-)   | ED    | 0          |
| AB    | 4,48 (+)   | CD    | 2 (-)      |
| BE    | 0          | EC    | 6,23 (-)   |
| BC    | 4,48 (+)   |       |            |