

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.1 Kütle

- Kütle;
 - Bir cisimdeki madde miktarının ölçüsüdür
 - aynı zamanda cismin hareket etmeye karşı gösterdiği dirençtir
 - ya da nesnel olan parçacıkların uzay zamanda belli bir hacim kaplamasına denir
 - skalar bir büyüklüktür ve her yerde aynı değere sahiptir.
 - yani cismin bulunduğu ortamın yerçekimine göre değişmez.
 - eşit kollu terazi ile ölçülür, genellikle m ile gösterilir ve metrik sistemde birimi kg 'dır.

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.2 Ağırlık

- Bir cismin ağırlığı, dünyanın cisme uyguladığı kütle çekim kuvvetidir.
- Ağırlık bir kuvvet olup, vektörel bir büyüklüktür.
- Bu vektörün yönü, kütle çekim kuvvetinin yönü ile aynıdır, yani dünyanın merkezine doğrudur.
- Dinamometre ile ölçülür.

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.2 Ağırlık

- Bir cismin ağırlığı ekvatorдан kutuplara gidildikçe artar.
- Bir cismin kütlesi değişmediği halde ağırlığı bulunduğu yüksekliğe ve enleme göre değişir.
- Ağırlık kütlenin çekim kuvveti ile çarpılmasıyla bulunur.

$$G = mg$$

bağıntısı ile hesaplanır. SI 'da,

G = cismin ağırlığı (Newton)

m = cismin kütlesi (kg)

g = yerçekimi ivmesi (m/s^2)

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.3. Kütle ve Ağırlık Arasındaki İlişki

- Ağırlık, kütle çekimi ile ilgili bir kuvvettir.
- Dünyanın bir cisme uygulamış olduğu kütle çekim kuvvetine cismin ağırlığı denir.
- Bu cismin Ay'da veya Neptün'de olduğu düşünülüğünde, bu gök cisimlerinin bu cisme uyguladığı çekim kuvvetleri de değişecektir.
- Bu nedenle bir cismin madde miktarı (kütle) aynı kalmasına karşın ağırlığı dünyada, Ay'da veya diğer gezegenlerde farklı olacaktır.

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

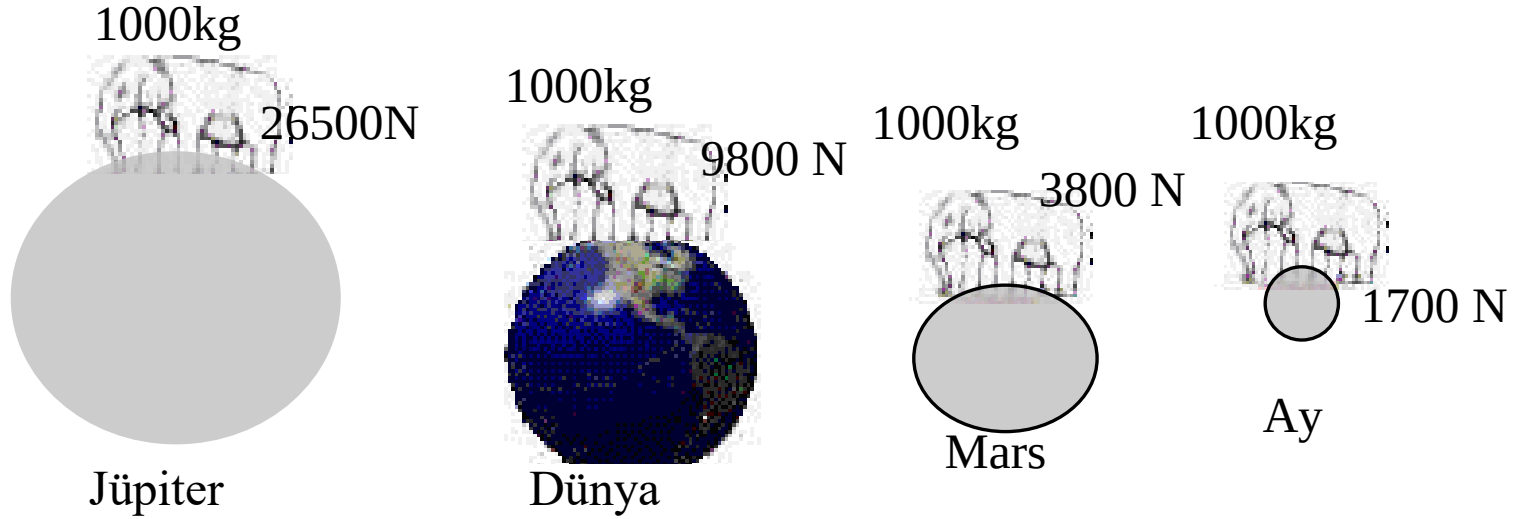
3.3. Kütle ve Ağırlık Arasındaki İlişki

- Ağırlığı ölçmede yaylı terazi kullanılırken, kütle ölçmek için eşit kollu teraziler kullanılmaktadır.
- Bir cisme etki eden çekim kuvvetinde değişiklik meydana geldiğinde, yayın da uzamasında değişim olmaktadır.
- Ama çekim kuvveti ne kadar artarsa artsın cismin madde miktarında değişiklik olmayacaktır.

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.3. Kütle ve Ağırlık Arasındaki İlişki

- Örneğin kütlesi 10 kg olan bir cisim dünyada tartıldığında 98 N gelirken, bu cismi Ay'da tarttığımızda 17 N gelecektir.
- Bu da Ay'ın çekim kuvvetinin dünyadan düşük olduğunu göstermektedir (Şekil 3.1).



Şekil 3.1. Filin bazı gezegenlerdeki kütle ve ağırlıkları

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.3. Kütle ve Ağırlık Arasındaki İlişki

- Uzay mekiği ile Ay'a doğru yolculuk yapan bir astronotun yolculuk sırasında kütlesi değişmez.
- Yolculuğun her anında kütlesi eşittir.
- Astronot dünyadan uzaklaşıp Ay'a yaklaştıkça dünyanın uyguladığı çekim kuvveti azalmaya Ay'ın uyguladığı çekim kuvveti ise artmaya başlar.
- Ay ve dünyanın çekim kuvvetlerinin eşit olduğu noktada astronotun ağırlığı sıfır olur.

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.4. Ağırlık Merkezi

- Bir cismin ağırlığının uygulama noktasına o cismin **ağırlık merkezi** denir.
- Ağırlık merkezi G harfi ile gösterilir.
- Cismin bütün ağırlığının toplandığı merkezdir.
- Katı bir cismin, çok küçük madde parçacıklarından oluştuğunu düşünürsek, bu parçacıklara etki eden yerçekimi kuvvetleri paralel ve aynı yönlü kuvvetlerdir.
- Bu paralel kuvvetlerin bileşkesi cismin ağırlığını, bileşkenin uygulama noktası da ağırlık merkezini verir.

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

Şekil 3.2 'de görüldüğü gibi, bir cismi küçük kütle parçacıklarına ayırırsa bu parçacıklara etkiyen G_1 , G_2 , G_3 , G_4 yerçekimi kuvvetlerinin (ağırlığından dolayı);

$$R_1 = G_1 + G_2 \text{ ve } R_2 = G_3 + G_4$$

bileşkeleri bulunur.

R_1 ve R_2 kuvvetlerinin bileşkesi cismin ağırlığını verir. Bileşkenin uygulama noktasına da cismin ağırlık merkezi denir. Buna göre cismin ağırlığı G olur.

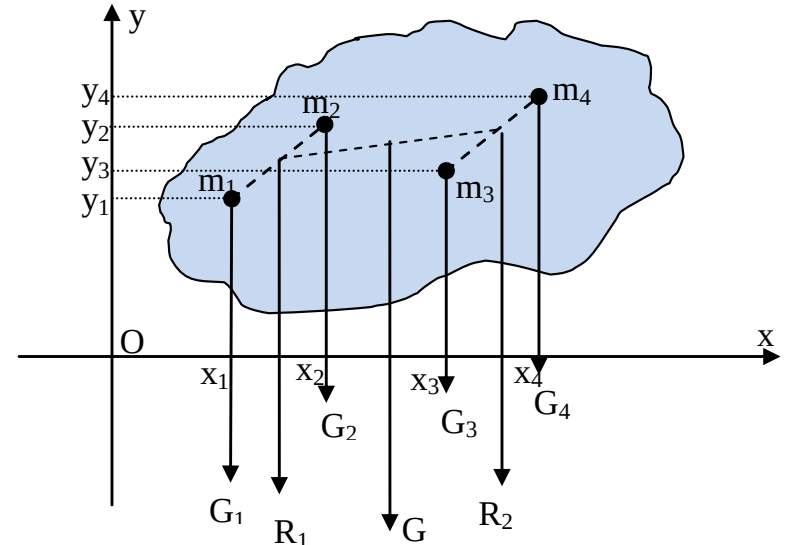
Şekil 3.2. için, ağırlık merkezinin x koordinatı;

$$x = \frac{G_1 x_1 + G_2 x_2 + G_3 x_3 + G_4 x_4}{G_1 + G_2 + G_3 + G_4}$$

Ve y koordinatı;

$$y = \frac{G_1 y_1 + G_2 y_2 + G_3 y_3 + G_4 y_4}{G_1 + G_2 + G_3 + G_4}$$

bağıntısı ile bulunur.



KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

Çekim alanının sıfır olduğu yerlerde cisimlerin ağırlığı yoktur. Cisimlerin ağırlık merkezi ile kütle merkezi aynı noktadadır.

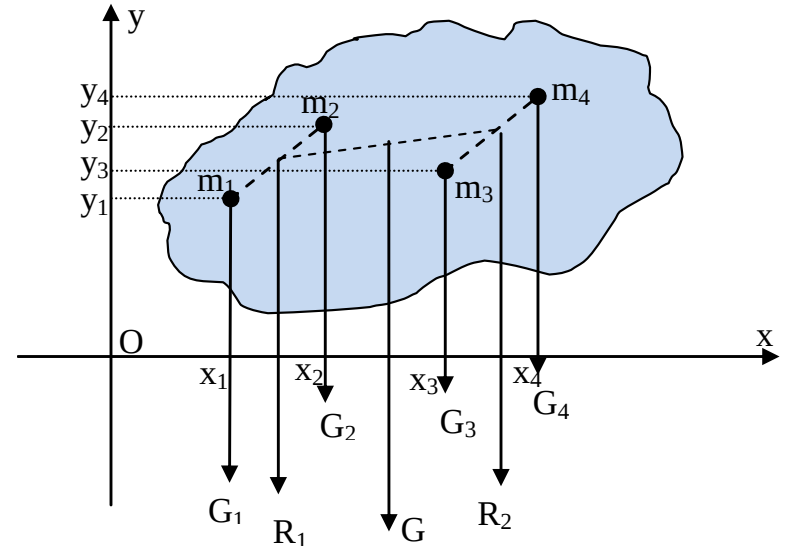
Kütle merkezinin x koordinatı;

$$x_{KM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

bağıntısı ile; y koordinatı ise;

$$y_{KM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

bağıntısı ile bulunur.



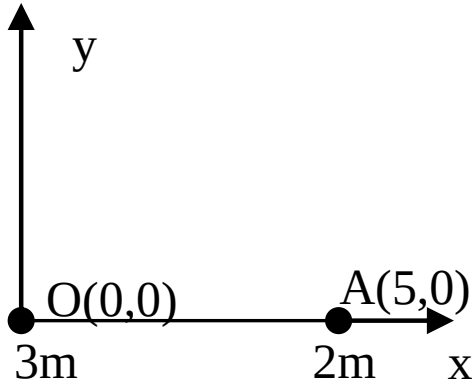
KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.4. Ağırlık Merkezi

- Bir cisim türdeş olsun ya da olmasın ağırlık merkezinden asılır ya da desteklenirse dengede kalır.
- Bir cisim hangi noktasından asılırsa asılsın, asıldığı ipin doğrultusu her zaman ağırlık merkezinden geçer.
- Ağırlık merkezi ile ilgili sorular çözülürken, ağırlıkları bilinmiyorsa, ağırlıkları yerine,
 - bir boyutlu cisimlerin uzunlukları,
 - iki boyutlu cisimlerin yüzeyleri,
 - üç boyutlu cisimlerin hacimlerialınabilir.

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

Örnek 3.1. Şekildeki sistemin kütle merkezinin koordinatlarını bulunuz.



Çözüm:

3m kütlesi ve 2m kütlesi yatay üzerindedir. Bundan dolayı kütle merkezinin y ordinatı 0'dır
x kütle merkezi ise

$$x_{KM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{3m * 0 + 2m * 5}{3m + 2m} = \frac{10m}{5m} = 2$$

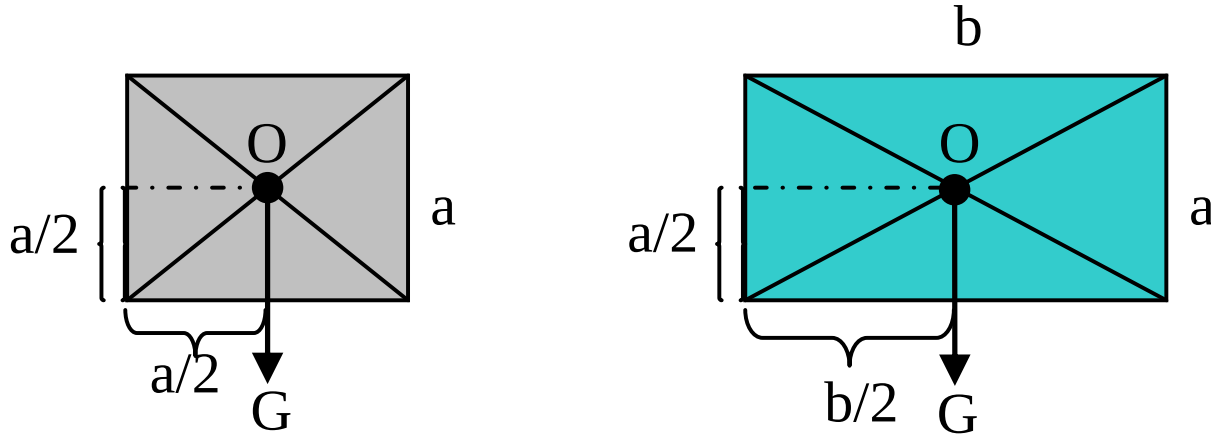
olarak bulunur.

Buna göre cismin kütle merkezi (2,0) olur

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.4.1. Bazı düzgün geometrik cisimlerin ağırlık merkezleri

Şekil 3.3 'deki karenin ve dikdörtgenin ağırlık merkezi köşegenlerinin kesim noktası olan O noktasıdır.

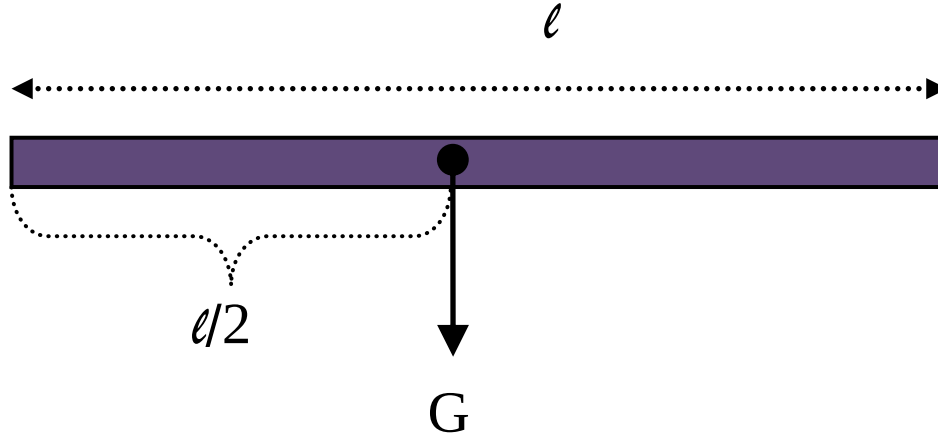


Şekil 3.3. Kare ve dikdörtgenin ağırlık merkezleri

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.4.1. Bazı düzgün geometrik cisimlerin ağırlık merkezleri

Şekil 3.4 ‘deki L uzunluğundaki türdeş çubuğun ağırlık merkezi tam orta noktasıdır.

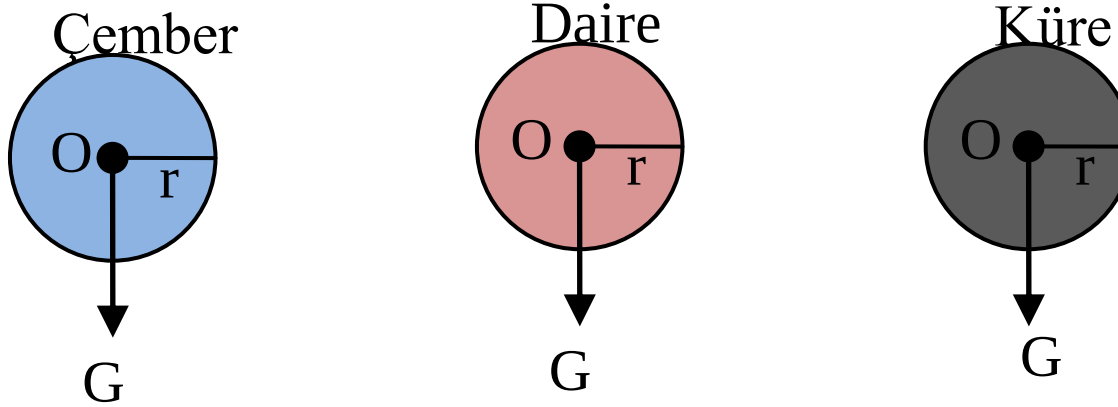


Şekil 3.4. Çubuğun ağırlık merkezi

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.4.1. Bazı düzgün geometrik cisimlerin ağırlık merkezleri

Şekil 3.5 ‘deki çember, daire ve kürenin ağırlık merkezleri şekillerin geometrik merkezidir.

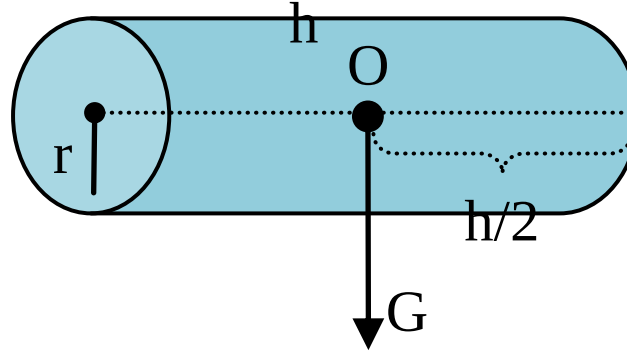


Şekil 3.5. Çember, daire ve kürenin ağırlık merkezi

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.4.1. Bazı düzgün geometrik cisimlerin ağırlık merkezleri

Şekil 3.6 'daki silindirin ağırlık merkezi taban merkezlerini birleştiren doğrunun orta noktasıdır.

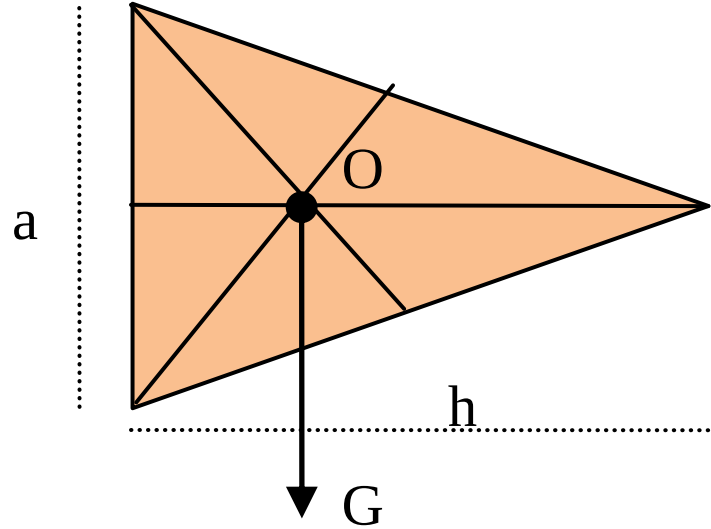


Şekil 3.6. Silindirin ağırlık merkezi

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.4.1. Bazı düzgün geometrik cisimlerin ağırlık merkezleri

Şekil 3.7 ‘deki üçgenin ağırlık merkezi kenarortayların kesiştiği noktadır. Kenarortayların kesim noktası kenarortayı köşeden 2, kenardan 1 birim uzunluğunda keser.

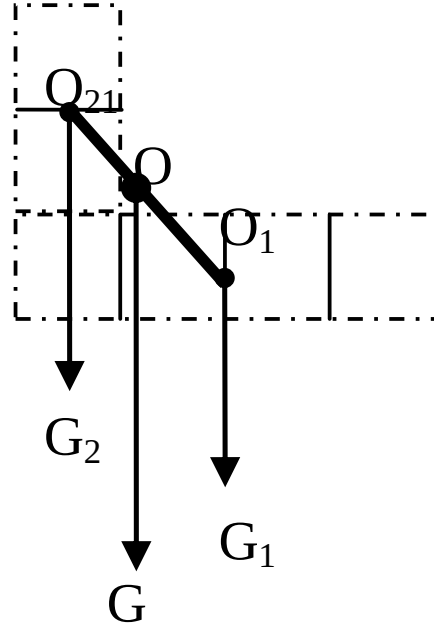


Şekil 3.7. Üçgenin ağırlık merkezi

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.4.1. Bazı düzgün geometrik cisimlerin ağırlık merkezleri

Şekil 3.8 ‘deki gibi iki geometrik şekilli parçadan oluşan sistemin ağırlık merkezi, her bir parçanın ağırlık merkezlerini birleştiren doğru üzerinde bulunur.

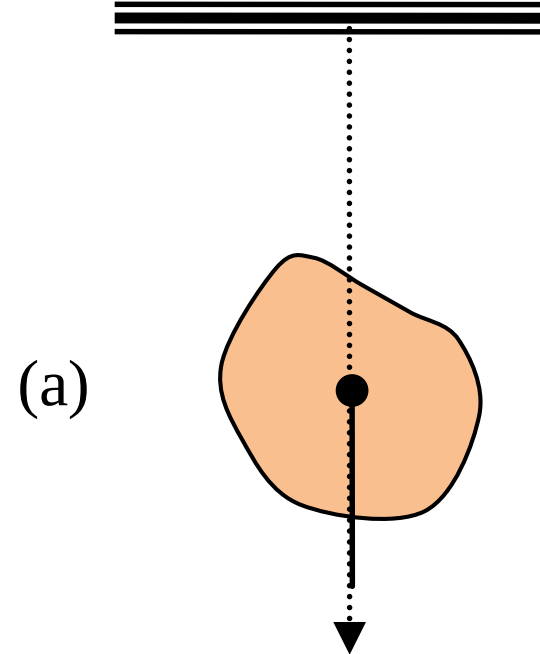


Şekil 3.8. Farklı şekillerin ağırlık merkezi

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.4.2. Düzgün şekilli olmayan cisimlerin ağırlık merkezi

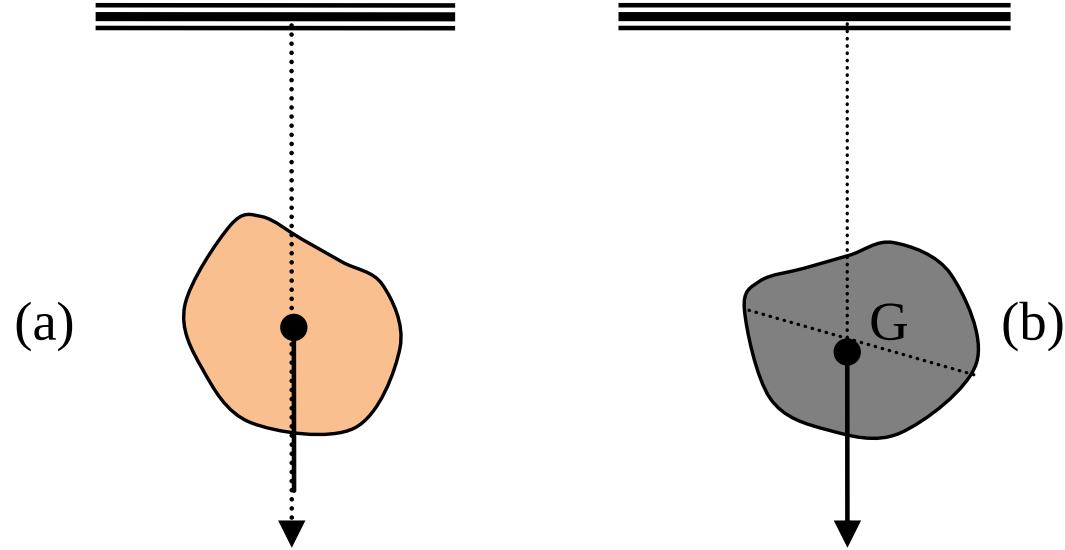
- Düzgün şekilli olmayan cisimlerin ağırlık merkezleri cisim ipe tavana asılarak bulunur.
- Cisim tavana asıldığında ağırlık merkezi ipin doğrultusu üzerinde bir yerde olur.
- Çünkü ancak bu durumda net moment sıfır olabilir.



KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.4.2. Düzgün şekilli olmayan cisimlerin ağırlık merkezi

- Aynı cismi farklı bir noktadan asarsak ağırlık merkezi yine ipin doğrultusu üzerinde olacaktır.
- İşaretlenen doğrultuların kesiştiği yer ise cismin ağırlık merkezidir.

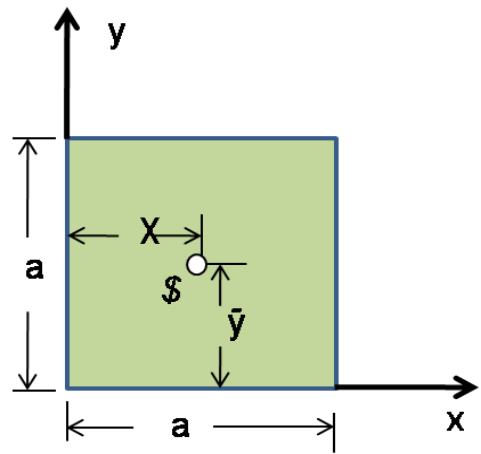


Şekil 3.9. Düzgün şekilli olmayan cisimlerin ağırlık merkezi

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.5. Alanların Sentroidi

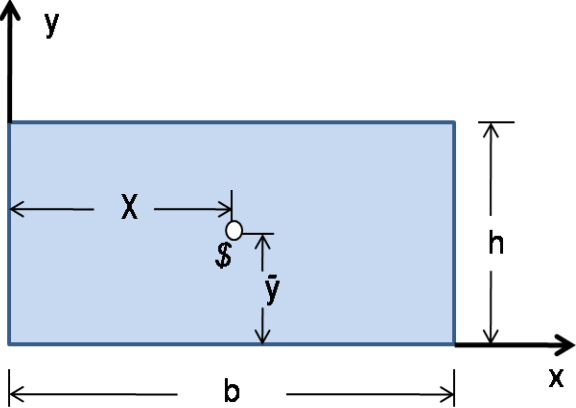
- Bir şeklin sentroidi o şeklin ağırlık merkezinin koordinatlarla ifade edilmesidir. Değişik kesitlerin alan sentroidleri;

Şekil	Alan (A)	χ	$\tilde{y}$	Sentroid (\$)
 a) Kare kesit	$A = [a * a]$	$a/2$	$a/2$	$\$ = [a/2 ; a/2]$

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.5. Alanların Sentroidi

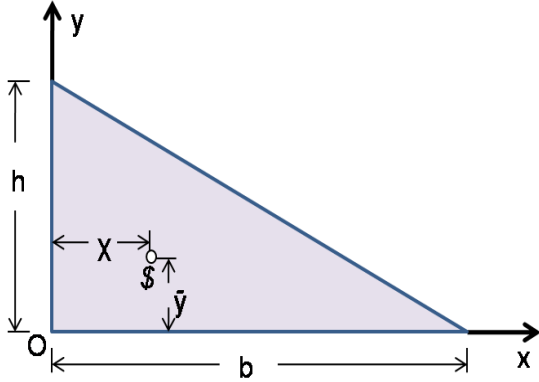
- Değişik kesitlerin alan sentroidleri;

Şekil	Alan (A)	χ	$\tilde{y}$	Sentroid (\$)
 b) Dikdörtgen kesit	$A = [b * h]$	$b/2$	$h/2$	$\$ = [b/2 ; h/2]$

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.5. Alanların Sentroidi

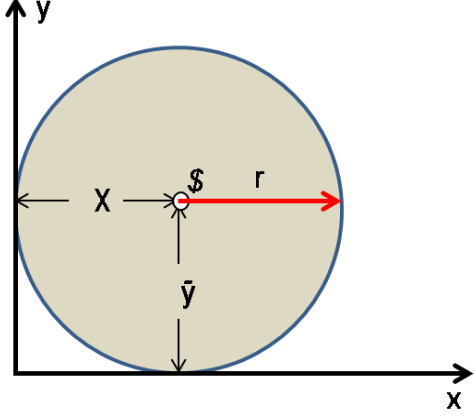
- Değişik kesitlerin alan sentroidleri;

Şekil	Alan (A)	χ	$\tilde{y}$	Sentroid (\$)
 c) Üçgen kesit	$A = [b \cdot h / 2]$	$b/3$	$h/3$	$\$ = [b/3 ; h/3]$ O noktasından itibaren)

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.5. Alanların Sentroidi

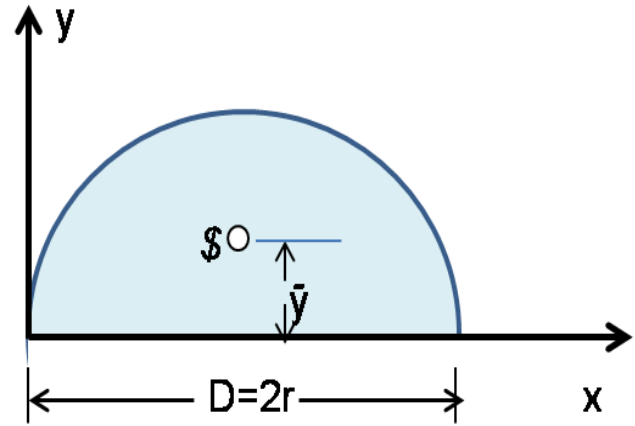
- Değişik kesitlerin alan sentroidleri;

Şekil	Alan (A)	χ	$\tilde{y}$	Sentroid (\$)
 d) Daire kesit	$A = [\pi r^2]$	r	r	$\$ = [r ; r]$

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.5. Alanların Sentroidi

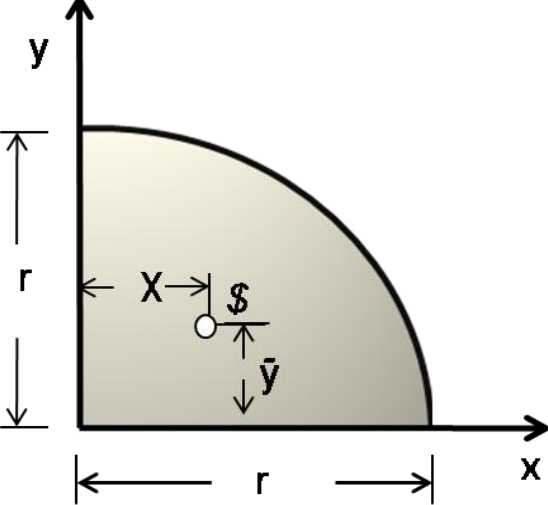
- Değişik kesitlerin alan sentroidleri;

Şekil	Alan (A)	χ	$\tilde{y}$	Sentroid (\$)
 e) Yarım daire kesit	$A = [\pi r^2 / 2]$	r	$\frac{4r}{3\pi}$	$\$ = [r; \frac{4r}{3\pi}]$

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.5. Alanların Sentroidi

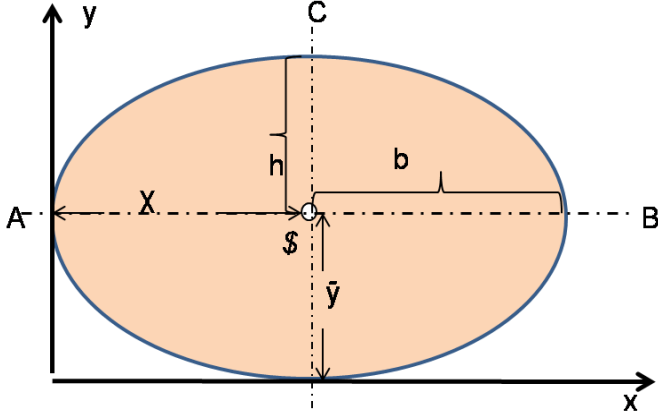
- Değişik kesitlerin alan sentroidleri;

Şekil	Alan (A)	χ	$\tilde{y}$	Sentroid (\$)
 f) Çeyrek daire kesit	$A = [\pi r^2 / 4]$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\$ = [\frac{4r}{3\pi}; \frac{4r}{3\pi}]$

KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.5. Alanların Sentroidi

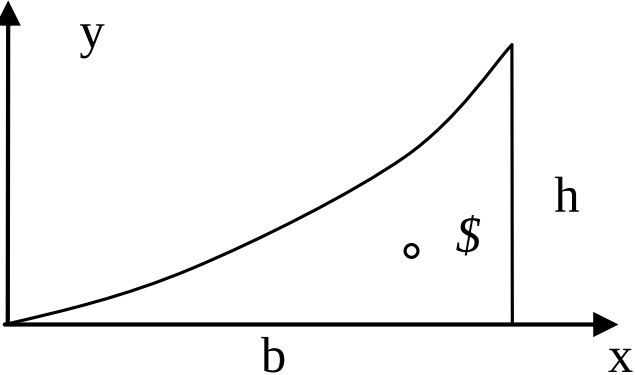
- Değişik kesitlerin alan sentroidleri;

Şekil	Alan (A)	χ	$\tilde{y}$	Sentroid (\$)
 g) Elips kesit	$A = b * h * \pi$	b	h	$\$ = [r ; r]$

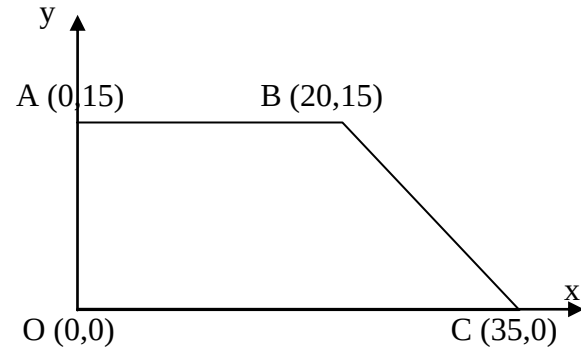
KÜTLE ve AĞIRLIK KAVRAMI

3.5. Alanların Sentroidi

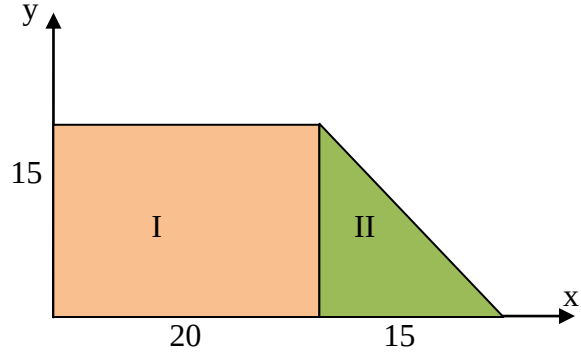
- Değişik kesitlerin alan sentroidleri;

Şekil	Alan (A)	χ	$\tilde{y}$	Sentroid (\$)
 h) Parabol kesit	$A = [b \cdot h / 3]$	$3/4 b$	$3h/10$	$\$ = [3b/4 ; 3h/10]$

Örnek 3.2. Şekildeki alanın sentroidini belirleyiniz.
(Not: birimler cm'dir)



Çözüm: Şekildeki alanı düzgün geometrik şekillere bölünürse bir dikdörtgen ve bir üçgen olmak üzere iki şekil oluşur.



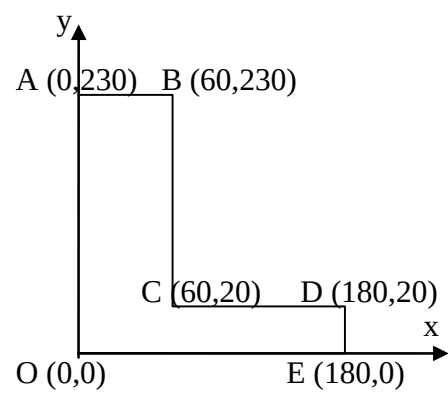
Şekil	Alan d_A (cm ²)	x (cm)	y (cm)	d_{Ax} (cm ²). (cm)	d_{Ay} (cm ²). (cm)
I (Dikdörtgen)	300,0	10,0	7,5	3000,0	2250,0
II (Üçgen)	112,5	25,0	5,0	2812,5	562,5
Toplam Alan	412,5			5812,5	2812,5

$$\tilde{x} = \left[\frac{\Sigma d_{Ax}}{\Sigma d_A} \right] = [5812,5/412,5] = 14,09 \text{ cm}$$

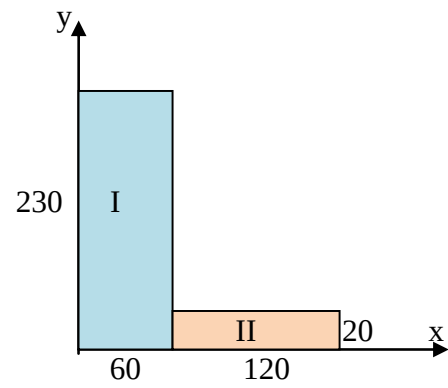
$$\tilde{y} = \left[\frac{\Sigma d_{Ay}}{\Sigma d_A} \right] = [2812,5/412,5] = 6,82 \text{ cm}$$

$$\$ = [14,09 ; 6,82] \text{ cm}$$

Örnek 3.3. Şekildeki alanın sentroidini belirleyiniz.
(Not: birimler mm dir)



Çözüm: Şekildeki alanı düzgün geometrik şekillere bölünürse iki dikdörtgen şekil oluşur.



Şekil	Alan d_A (mm ²)	x (mm)	y (mm)	d_{Ax} (mm ²). (mm)	d_{Ay} (mm ²). (mm)
I (Dikdörtgen)	13800	30	115	414000	1587000
II (Dikdörtgen)	2400	120	10	288000	24000
Toplam Alan	16200			702000	1611000

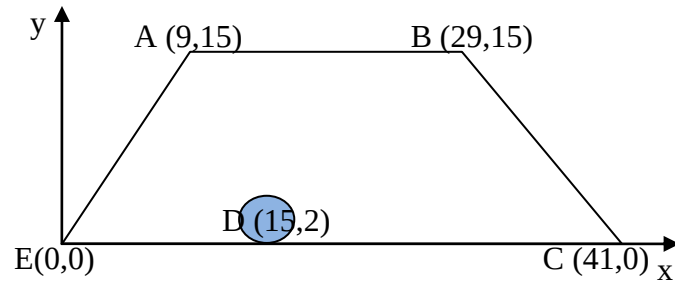
$$\tilde{x} = \left[\frac{\Sigma d_{Ax}}{\Sigma d_A} \right] = [702000/16200] = 43,33 \text{ mm}$$

$$\tilde{y} = \left[\frac{\Sigma d_{Ay}}{\Sigma d_A} \right] = [1611000/16200] = 99,44 \text{ mm}$$

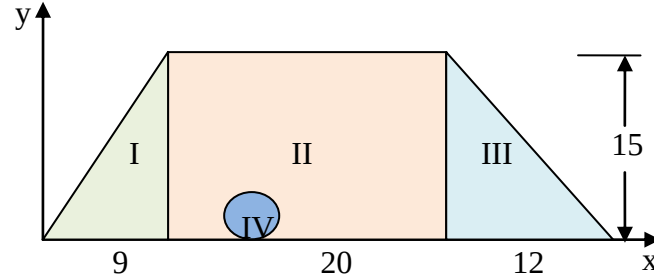
$$S = [43,33 ; 99,44] \text{ mm}$$

Örnek 3.4. Şekildeki 4 cm çaplı daire çıkartıldıktan sonra yeni alanın sentroidini belirleyiniz.

Not: $\pi = 3$



Çözüm: Şekildeki alanı düzgün geometrik şekillere bölünürse bir dikdörtgen iki dik üçgen ve bir daire olmak üzere dört şekil oluşur.



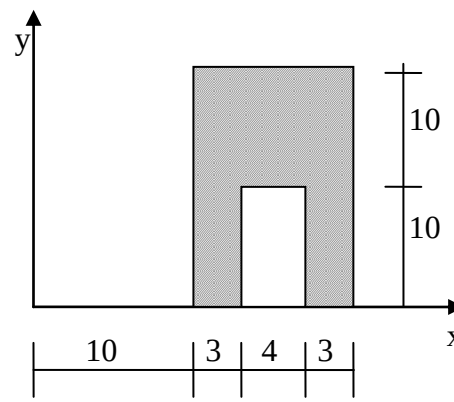
Şekil	Alan $d_A \text{ (cm}^2\text{)}$	x (cm)	y (cm)	d_{Ax} (cm^2). (cm)	d_{Ay} (cm^2). (cm)
I (Üçgen)	67,5	6	5	405,0	337,5
II (Dikdörtgen)	300,0	19	7,5	5700,0	2250,0
II (Üçgen)	90,0	33	5	2970,0	450,0
IV (Daire)	-12,0	15	2	-180,0	-24,0
Kalan Alan	445,5			8895,0	3013,5

$$\tilde{x} = \left[\frac{\Sigma d_{Ax}}{\Sigma d_A} \right] = [8895,0/445,5] = 19,97 \text{ cm}$$

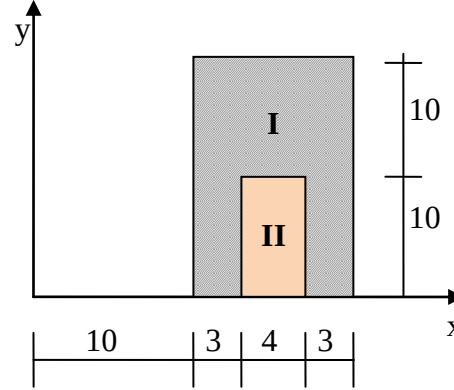
$$\tilde{y} = \left[\frac{\Sigma d_{Ay}}{\Sigma d_A} \right] = [3013,5/445,5] = 6,76 \text{ cm}$$

$$\$ = [19,97 ; 6,76] \text{ cm}$$

Örnek 3.5. Şekildeki taralı alanın sentroidini belirleyiniz.
(Not: birimler cm dir)



Çözüm: Tüm şekle I, iç taraftaki şekle II denilirse taralı alanın sentroidi aşağıdaki gibi bulunur.



Şekil	Alan $d_A \text{ (cm}^2\text{)}$	x (cm)	y (cm)	d_{Ax} (cm^2). (cm)	d_{Ay} (cm^2). (cm)
I (Dikdörtgen)	200	15	10	3000	2000
II (Dikdörtgen)	-40	15	5	- 600	- 200
Taralı Alan	160			2400	1800

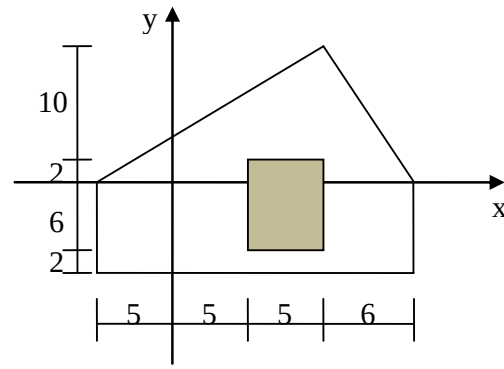
$$\tilde{x} = \left[\frac{\Sigma d_{Ax}}{\Sigma d_A} \right] = [2400/160] = 15,00 \text{ cm}$$

$$\tilde{y} = \left[\frac{\Sigma d_{Ay}}{\Sigma d_A} \right] = [1800/160] = 11,25 \text{ cm}$$

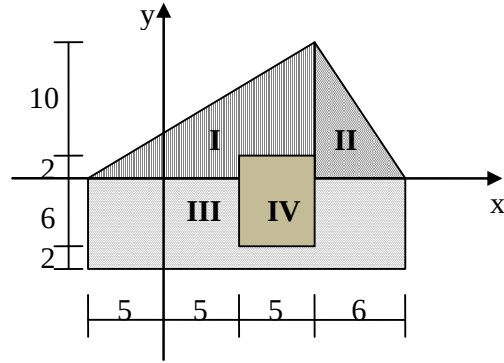
$$\$ = [15,00 ; 11,25] \text{ cm}$$

Örnek 3.6. Ortadaki dikdörtgen şekli çıkartıldığında yeni alanın sentroidini belirleyiniz.

(Not: birimler cm dir)



Çözüm: Şekildeki alanı düzgün geometrik şekillere bölünürse iki dikdörtgen iki dik üçgen şekil oluşur.



Şekil	Alan d_A (cm ²)	x (cm)	y (cm)	d_{Ax} (cm ²). (cm)	d_{Ay} (cm ²). (cm)
I (Üçgen)	90	5,0	4,0	450	360
II (Üçgen)	36	12,0	4,0	432	144
III (Dikdörtgen)	168	5,5	-4,0	924	-672
IV (Dikdörtgen)	-40	7,5	-2,0	-300	80
Taralı Alan	254			1506	-88

$$\tilde{x} = \left[\frac{\Sigma d_{Ax}}{\Sigma d_A} \right] = [1506/254] = 5,93 \text{ cm}$$

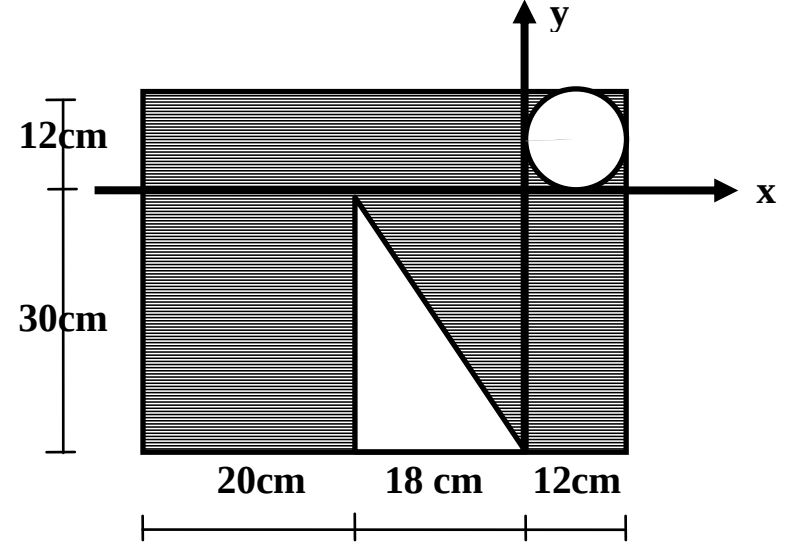
$$\tilde{y} = \left[\frac{\Sigma d_{Ay}}{\Sigma d_A} \right] = [-88/254] = -0,35 \text{ cm}$$

$$\$ = [5,93 ; -0,35] \text{ cm}$$

SENTROİD (ÖRNEK SINAV SORUSU)

1. Şekilde verilen taralı alanın sentroidini hesaplayınız. (20 PUAN)

NOT: Birimler cm olarak verilmiştir. Dairenin yarıçapını 6 cm ve $\pi = 3$ olarak alınız.



Taralı alanın sentroidi

Şekil	Alan dA (cm ²)	$\bar{x}$ (cm)	$\bar{y}$ (cm)	dA $\bar{x}$ (cm ² ·cm)	dA $\bar{y}$ (cm ² ·cm)
A (Dikdörtgen)					
B (Üçgen)					
C (Daire)					
Toplam (Taralı Alan)					

$$\bar{x} = \left[\frac{\sum dA\bar{x}}{\sum dA} \right] =$$

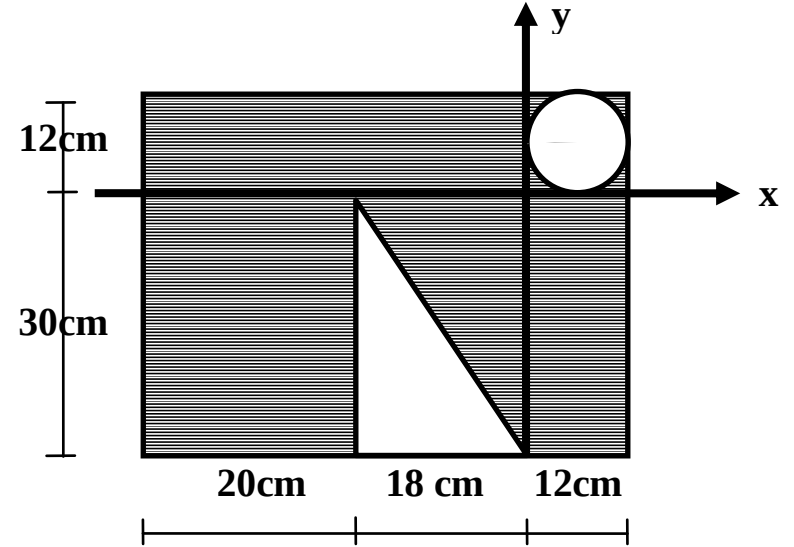
ve

$$\bar{y} = \left[\frac{\sum dA\bar{y}}{\sum dA} \right] =$$

SENTROİD (ÖRNEK SINAV SORUSU)

1. Şekilde verilen taralı alanın sentroidini hesaplayınız. (20 PUAN)

NOT: Birimler cm olarak verilmiştir. Dairenin yarıçapını 6 cm ve $\pi = 3$ olarak alınız.



Taralı alanın sentroidi

Şekil	Alan dA (cm ²)	$\bar{x}$ (cm)	$\bar{y}$ (cm)	dA $\bar{x}$ (cm ² .cm)	dA $\bar{y}$ (cm ² .cm)
A (Dikdörtgen)	2100	-13	-9	-27300	-18900
B (Üçgen)	-270	-12	-20	3240	5400
C (Daire)	-108	6	6	-648	-640
Toplam (Taralı Alan)	1722			-24708	-14148

$$\bar{x} = \left[\frac{\sum dA\bar{x}}{\sum dA} \right] = [-24708 / 1722] = -14.34 \text{ cm}$$

ve

$$\bar{y} = \left[\frac{\sum dA\bar{y}}{\sum dA} \right] = [-14148 / 1722] = -8.21 \text{ cm}$$